Laplaceova transformace

1. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0, \infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 2y' + y = f,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 3,\ f(t) = 2 \text{ pro } t \in (0, 2), f(t) = 0 \text{ pro } t \in [2, \infty).$$

$$\left[y(t) = 2 + (t-2)e^{-t} - 2H(t-2) + (2t-2)e^{-(t-2)}H(t-2)\right]$$

2. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0, \infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 4y' + 4y = f,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 5,\ f(t) = 3 \text{ pro } t \in (0, 1), f(t) = 0 \text{ pro } t \in [1, \infty).$$

$$\left[y(t) = \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{11t}{2}\right)e^{-2t} - \frac{3}{4}H(t-1) + \left(\frac{3t}{2} - \frac{3}{4}\right)e^{-2(t-1)}H(t-1)\right]$$

3. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0, \infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 2y' + y = f,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ f(t) = 9 \text{ pro } t \in (0, 5), f(t) = 0 \text{ pro } t \in [5, \infty).$$

$$\left[y(t) = 9 + (8t-8)e^{t} - 9H(t-5) + (54-9t)e^{t-5}H(t-5)\right]$$

4. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0, \infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 4y' + 4y = f,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 3,\ f(t) = 7 \text{ pro } t \in (0, 10), f(t) = 0 \text{ pro } t \in [10, \infty).$$

$$\left[y(t) = \frac{7}{4} + \left(\frac{13t}{2} - \frac{7}{4}\right)e^{2t} - \frac{7}{4}H(t-10) + \left(\frac{147}{4} - \frac{7t}{2}\right)e^{2(t-10)}H(t-10)\right]$$

5. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0, \infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 6y' + 9y = f,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 5,\ f(t) = 2 \text{ pro } t \in (0, 7), f(t) = 0 \text{ pro } t \in [7, \infty).$$

$$\left[y(t) = \frac{2}{9} + \left(\frac{22t}{3} + \frac{7}{9}\right)e^{-3t} - \frac{2}{9}H(t-7) + \left(\frac{2t}{3} - \frac{40}{9}\right)e^{-3(t-7)}H(t-7)\right]$$

6. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0, \infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 2y' + y = f,\ y(0) = -1,\ y'(0) = 0,\ f(t) = 1 \text{ pro } t \in (0, 9), f(t) = 0 \text{ pro } t \in [9, \infty).$$

$$\left[y(t) = 1 - (2t+2)e^{-t} - H(t-9) + (t-8)e^{9-t}H(t-9)\right]$$

7. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0, \infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 2y' + y = f,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 3,\ f(t) = 5 \text{ pro } t \in (0, 4), f(t) = 0 \text{ pro } t \in [4, \infty).$$

$$\left[y(t) = 5 + (8t-5)e^{t} - 5H(t-4) + (25-5t)e^{t-4}H(t-4)\right]$$

8. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y''+4y'+4y=f,\ y(0)=1,\ y'(0)=0,\ f(t)=4 \text{ pro } t\in(0,2), f(t)=0 \text{ pro } t\in[2,\infty).$$

$$\left[y(t)=1-H(t-2)+(2t-3)e^{4-2t}H(t-2)\right]$$

9. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y''-6y'+9y=f,\ y(0)=0,\ y'(0)=2,\ f(t)=3 \text{ pro } t\in(0,1), f(t)=0 \text{ pro } t\in[1,\infty).$$

$$\left[y(t)=\frac{1}{3}+\left(3t-\frac{1}{3}\right)e^{3t}-\frac{1}{3}H(t-1)+\left(\frac{4}{3}-t\right)e^{3t-3}H(t-1)\right]$$

10. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y''+6y'+9y=f,\ y(0)=4,\ y'(0)=1,\ f(t)=3 \text{ pro } t\in(0,3), f(t)=0 \text{ pro } t\in[3,\infty).$$

$$\left[y(t)=\frac{1}{3}+\left(12t+\frac{11}{3}\right)e^{-3t}-\frac{1}{3}H(t-3)+\left(t-\frac{8}{3}\right)e^{-3(t-3)}H(t-3)\right]$$

11. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y''-4y'+4y=f,\ y(0)=7,\ y'(0)=0,\ f(t)=1 \text{ pro } t\in(0,5), f(t)=0 \text{ pro } t\in[5,\infty).$$

$$\left[y(t)=\frac{1}{4}+\left(\frac{27}{4}-\frac{27t}{2}\right)e^{2t}-\frac{1}{4}H(t-5)+\left(\frac{11}{4}-\frac{t}{2}\right)e^{2(t-5)}H(t-5)\right]$$

12. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y''+2y'+y=f,\ y(0)=0,\ y'(0)=2,\ f(t)=9 \text{ pro } t\in(0,9), f(t)=0 \text{ pro } t\in[9,\infty).$$

$$\left[y(t)=9-(7t+9)e^{-t}-9H(t-9)+(9t-72)e^{9-t}H(t-9)\right]$$

13. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y''-2y'+y=f,\ y(0)=1,\ y'(0)=3,\ f(t)=4 \text{ pro } t\in(0,1), f(t)=0 \text{ pro } t\in[1,\infty).$$

$$\left[y(t)=4+(6t-3)e^{t}-4H(t-1)+(8-4t)e^{t-1}H(t-1)\right]$$

14. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y''+4y'+4y=f,\ y(0)=0,\ y'(0)=7,\ f(t)=1 \text{ pro } t\in(0,7), f(t)=0 \text{ pro } t\in[7,\infty).$$

$$\left[y(t)=\frac{1}{4}+\left(\frac{13t}{2}-\frac{1}{4}\right)e^{-2t}-\frac{1}{4}H(t-7)+\left(\frac{t}{2}-\frac{13}{4}\right)e^{14-2t}H(t-7)\right]$$

15. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 8y' + 16y = f,\ y(0) = 4,\ y'(0) = 0,\ f(t) = 5 \text{ pro } t \in (0,3)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [3,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = \frac{5}{16} + \left(\frac{59t}{4} + \frac{59}{16}\right) e^{-4t} - \frac{5}{16} H(t-3) + \left(\frac{5t}{4} - \frac{55}{16}\right) e^{-4(t-3)} H(t-3)\right]$$

16. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 8y' + 16y = f,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 3,\ f(t) = 3 \text{ pro } t \in (0,8)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [8,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = \frac{3}{16} + \left(\frac{15t}{4} - \frac{3}{16}\right) e^{4t} - \frac{3}{16} H(t-8) + \left(\frac{99}{16} - \frac{3t}{4}\right) e^{4(t-8)} H(t-8)\right]$$

17. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 2y' + y = f,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 5,\ f(t) = 6 \text{ pro } t \in (0,6)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [6,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = 6 - (t+6)\, e^{-t} - 6H(t-6) + (6t-30)\, e^{6-t} H(t-6)\right]$$

18. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 2y' + y = f,\ y(0) = 7,\ y'(0) = 1,\ f(t) = 2 \text{ pro } t \in (0,2)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [2,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = 2 + (5-4t)\, e^{t} - 2H(t-2) + (6-2t)\, e^{t-2} H(t-2)\right]$$

19. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 4y' + 4y = f,\ y(0) = 5,\ y'(0) = 0,\ f(t) = 4 \text{ pro } t \in (0,1)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [1,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = 1 + (8t+4)\, e^{-2t} - H(t-1) + (2t-1)\, e^{2-2t} H(t-1)\right]$$

20. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 4y' + 4y = f,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 2,\ f(t) = 4 \text{ pro } t \in (0,4)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [4,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = 1 + (4t-1)\, e^{2t} - H(t-4) + (9-2t)\, e^{2t-8} H(t-4)\right]$$

21. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 2y' + y = f,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 8,\ f(t) = 6 \text{ pro } t \in (0,1)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [1,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = 6 + (2t-6)\, e^{-t} - 6H(t-1) + 6te^{1-t} H(t-1)\right]$$

22. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 2y' + y = f,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 7,\ f(t) = 1 \text{ pro } t \in (0,2)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [2,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = 1 + (8t-1)\,e^{t} - H(t-2) + (3-t)\,e^{t-2}H(t-2)\right]$$

23. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 8y' + 16y = f,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 3,\ f(t) = 2 \text{ pro } t \in (0,9)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [9,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = \frac{1}{8} + \left(\frac{13t}{2} + \frac{7}{8}\right)e^{-4t} - \frac{1}{8}H(t-9) + \left(\frac{t}{2} - \frac{35}{8}\right)e^{-4(t-9)}H(t-9)\right]$$

24. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 4y' + 4y = f,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 2,\ f(t) = 3 \text{ pro } t \in (0,2)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [2,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = \frac{3}{4} + \left(\frac{t}{2} - \frac{3}{4}\right)e^{-2t} - \frac{3}{4}H(t-2) + \left(\frac{3t}{2} - \frac{9}{4}\right)e^{4-2t}H(t-2)\right]$$

25. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 8y' + 16y = f,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 2,\ f(t) = 1 \text{ pro } t \in (0,1)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [1,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = \frac{1}{16} + \left(\frac{9t}{4} - \frac{1}{16}\right)e^{4t} - \frac{1}{16}H(t-1) + \left(\frac{5}{16} - \frac{t}{4}\right)e^{4t-4}H(t-1)\right]$$

26. Pomocí Laplaceovy transformace nalezněte na intervalu $[0,\infty)$ řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 2y' + y = f,\ y(0) = 4,\ y'(0) = 0,\ f(t) = 1 \text{ pro } t \in (0,7)\,, f(t) = 0 \text{ pro } t \in [7,\infty)\,.$$

$$\left[y(t) = 1 + (3t+3)\,e^{-t} - H(t-7) + (t-6)\,e^{7-t}H(t-7)\right]$$

Vícerozměrné integrály

Příklad. Určete těžiště homogenního tělesa M, kde

1. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 9 - \sqrt{x^2+y^2}\right\},$ $\left[\frac{9}{\pi}, \frac{9}{\pi}, \frac{9}{4}\right]$

2. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\},$ $\left[\frac{32}{15\pi}, \frac{32}{15\pi}, \frac{4}{3}\right]$

3. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, z \geq 0, 0 \leq x \leq 5 - \sqrt{y^2+z^2}\right\},$ $\left[\frac{5}{4}, 0, \frac{5}{\pi}\right]$

4. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, y \geq 0, 0 \leq x \leq 9 - y^2 - z^2\},$ $\left[3, \frac{16}{5\pi}, 0\right]$

5. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, 0 \leq y \leq 3 - \sqrt{x^2+z^2}\right\},$ $\left[\frac{3}{\pi}, \frac{3}{4}, 0\right]$

6. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, 1 \leq x \leq 5 - y^2 - z^2\},$ $\left[\frac{7}{3}, 0, 0\right]$

7. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, 0 \leq z \leq 4 - \sqrt{x^2+y^2}\right\},$ $\left[\frac{4}{\pi}, 0, 1\right]$

8. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, y \geq 0, 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\},$ $\left[0, \frac{16}{15\pi}, \frac{1}{3}\right]$

9. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, y \geq 0, 0 \leq z \leq 16 - \sqrt{x^2+y^2}\right\},$ $\left[0, \frac{16}{\pi}, 4\right]$

10. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, 1 \leq y \leq 10 - x^2 - z^2\},$ $[0, 4, 0]$

11. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, y \geq 0, 1 \leq z \leq 4 - \sqrt{x^2+y^2}\right\},$ $\left[\frac{3}{\pi}, \frac{3}{\pi}, \frac{7}{4}\right]$

12. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 9 - x^2 - y^2\},$ $\left[\frac{16}{5\pi}, \frac{16}{5\pi}, 3\right]$

13. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, 2 \leq y \leq 8 - \sqrt{x^2+z^2}\right\},$ $\left[0, \frac{7}{2}, 0\right]$

14. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, z \geq 0, 0 \leq y \leq 1 - x^2 - z^2\},$ $\left[\frac{16}{15\pi}, \frac{1}{3}, \frac{16}{15\pi}\right]$

15. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 4 - \sqrt{x^2+y^2}\right\},$ $\left[\frac{4}{\pi}, \frac{4}{\pi}, 1\right]$

16. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 16 - x^2 - y^2\}$, $\left[\frac{64}{15\pi}, \frac{64}{15\pi}, \frac{16}{3}\right]$

17. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, y \geq 0, z \geq 0, 0 \leq x \leq 4 - \sqrt{y^2+z^2}\right\}$, $\left[1, \frac{4}{\pi}, \frac{4}{\pi}\right]$

18. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, z \geq 0, 0 \leq y \leq 9 - x^2 - y^2\}$, $\left[\frac{16}{5\pi}, 3, \frac{16}{5\pi}\right]$

19. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, 0 \leq z \leq 7 - \sqrt{x^2+y^2}\right\}$, $\left[\frac{7}{\pi}, 0, \frac{7}{4}\right]$

20. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \leq 0, y \leq 0, 0 \leq z \leq 16 - x^2 - y^2\}$, $\left[-\frac{64}{15\pi}, -\frac{64}{15\pi}, \frac{16}{3}\right]$

21. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \leq 0, y \leq 0, 0 \leq z \leq 1 - \sqrt{x^2+y^2}\right\}$, $\left[-\frac{1}{\pi}, -\frac{1}{\pi}, \frac{1}{4}\right]$

22. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, y \leq 0, 0 \leq z \leq 9 - x^2 - y^2\}$, $\left[\frac{16}{5\pi}, -\frac{16}{5\pi}, 3\right]$

23. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, y \leq 0, 0 \leq z \leq 2 - \sqrt{x^2+y^2}\right\}$, $\left[0, -\frac{2}{\pi}, \frac{1}{2}\right]$

24. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, x \leq 0, 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}$, $\left[-\frac{16}{15\pi}, 0, \frac{1}{3}\right]$

25. $M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, 1 \leq x \leq 7 - \sqrt{y^2+z^2}\right\}$, $\left[\frac{5}{2}, 0, 0\right]$

26. $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, y \geq 0, 0 \leq z \leq 16 - x^2 - y^2\}$. $\left[0, \frac{64}{15\pi}, \frac{16}{3}\right]$

Plošný integrál

Příklad. Určete obsah plochy S, kde

1. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 9, x^2+z^2 \le 1, y \ge 0\}$, $\left[6\pi\left(3-\sqrt{8}\right)\right]$

2. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 4, z \ge 1\}$, $[4\pi]$

3. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 4, x^2+y^2 \ge 1, z \ge 0\}$, $\left[4\pi\sqrt{3}\right]$

4. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 16, x^2+z^2 \le 4, x \ge 0\}$, $\left[8\pi\left(4-\sqrt{12}\right)\right]$

5. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 9, y \ge 1\}$, $[12\pi]$

6. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 9, x^2+z^2 \ge 1, y \ge 0\}$, $\left[6\pi\sqrt{8}\right]$

7. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 9, x^2+y^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\}$, $\left[\frac{3\pi\left(3-\sqrt{8}\right)}{2}\right]$

8. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 16, x \ge 1\}$, $[24\pi]$

9. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 16, y^2+z^2 \ge 1, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\}$, $\left[2\pi\sqrt{15}\right]$

10. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 9, y^2+z^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0\}$, $\left[3\pi\left(3-\sqrt{8}\right)\right]$

11. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 9, z \ge 2, y \ge 0\}$, $[3\pi]$

12. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 25, x^2+y^2 \ge 1, y \ge 0, z \ge 0\}$, $\left[10\pi\sqrt{6}\right]$

13. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 4, x^2+z^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\}$, $\left[\pi\left(2-\sqrt{3}\right)\right]$

14. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 25, x \ge 4\}$, $[10\pi]$

15. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 4, x^2+z^2 \ge 1, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\}$, $\left[\pi\sqrt{3}\right]$

16. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 16, x^2+z^2 \le 1, y \ge 0, z \ge 0\}$, $\left[4\pi\left(4-\sqrt{15}\right)\right]$

17. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 4, z \ge 1, x \ge 0, y \ge 0\}$, $[\pi]$

18. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 9, x^2+y^2 \ge 1, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\}$, $\left[3\pi\sqrt{2}\right]$

19. $S = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 9, x^2+y^2 \le 4, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\}$, $\left[\frac{3\pi\left(3-\sqrt{5}\right)}{2}\right]$

20. $S = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 9, x \geq 1, y \geq 0, z \geq 0\}$, $[3\pi]$

21. $S = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 16, x^2 + z^2 \geq 4, y \geq 0\}$, $\left[16\pi\sqrt{3}\right]$

22. $S = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 25, x^2 + z^2 \leq 1, y \geq 0\}$, $\left[10\pi\left(5 - \sqrt{24}\right)\right]$

23. $S = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 16, y \geq 1, x \geq 0, z \geq 0\}$, $[6\pi]$

24. $S = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 25, y^2 + z^2 \geq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$, $\left[5\pi\sqrt{6}\right]$

25. $S = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 36, x^2 + z^2 \leq 4, y \geq 0\}$, $\left[12\pi\left(6 - \sqrt{32}\right)\right]$

26. $S = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 36, x^2 + z^2 \geq 1, y \geq 0\}$, $\left[12\pi\sqrt{35}\right]$

Taylorovy řady

1. Vypočtěte $\int\limits_0^1 \cos x^2 \, \mathrm{d}x$. [0,9045]

2. Vypočtěte $\int\limits_0^{0,5} \sin x^3 \, \mathrm{d}x$. [0,0156]

3. Vypočtěte $\int\limits_{-1}^1 e^{x^2} \, \mathrm{d}x$. [2,9253]

4. Vypočtěte $\int\limits_0^1 \cos \sqrt{x} \, \mathrm{d}x$. [0,7635]

5. Vypočtěte $\int\limits_0^2 \sin x^2 \, \mathrm{d}x$. [0,8048]

6. Vypočtěte $\int\limits_0^1 e^{x^3} \, \mathrm{d}x$. [1,3419]

7. Vypočtěte $\int\limits_0^1 \cos x^3 \, \mathrm{d}x$. [0,9317]

8. Vypočtěte $\int\limits_0^1 \sin x^3 \, \mathrm{d}x$. [0,2338]

9. Vypočtěte $\int\limits_0^{0,5} e^{x^2} \, \mathrm{d}x$. [0,5450]

10. Vypočtěte $\int\limits_{-1}^1 \cos x^2 \, \mathrm{d}x$. [1,8090]

11. Vypočtěte $\int\limits_0^{0,5} \sin x^4 \, \mathrm{d}x$. [0,0062]

12. Vypočtěte $\int\limits_0^{0,2} e^{x^2} \, \mathrm{d}x$. [0,2027]

13. Vypočtěte $\int\limits_0^{0,2} \cos x^3 \, \mathrm{d}x$. [0,2000]

14. Vypočtěte $\int\limits_0^1 \sin x^5 \, \mathrm{d}x$. [0,1566]

15. Vypočtěte $\int\limits_0^{0,1} e^{x^4} \, \mathrm{d}x$. [0,1000]

16. Vypočtěte $\int\limits_{-1}^{0} \cos x^3 \,\mathrm{d}x.$ $[0,9317]$

17. Vypočtěte $\int\limits_{0}^{1/3} \sin x^2 \,\mathrm{d}x.$ $[0,0123]$

18. Vypočtěte $\int\limits_{-1}^{0} e^{x^3} \,\mathrm{d}x.$ $[0,8075]$

19. Vypočtěte $\int\limits_{0}^{0,5} \cos x^3 \,\mathrm{d}x.$ $[0,4944]$

20. Vypočtěte $\int\limits_{0}^{0,5} \operatorname{arctg} x^2 \,\mathrm{d}x.$ $[0,0413]$

21. Vypočtěte $\int\limits_{-1}^{1} \sin x^2 \,\mathrm{d}x.$ $[0,6205]$

22. Vypočtěte $\int\limits_{0}^{0,2} \operatorname{arctg} x^2 \,\mathrm{d}x.$ $[0,0027]$

23. Vypočtěte $\int\limits_{0}^{0,5} \frac{1}{1+x^7} \,\mathrm{d}x.$ $[0,4995]$

24. Vypočtěte $\int\limits_{0}^{0,5} \frac{1}{1-x^5} \,\mathrm{d}x.$ $[0,5027]$

25. Vypočtěte $\int\limits_{0}^{1} \cos\left(-x^4\right) \,\mathrm{d}x.$ $[0,9468]$

26. Vypočtěte $\int\limits_{0}^{0,1} \operatorname{arctg} x^3 \,\mathrm{d}x.$ $\left[2,5 \cdot 10^{-5}\right]$