FOURIEROVA TRANSFORMACE

Fourierova transformace funkce $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ je definována předpisem

$$\hat{f}(\omega) := \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-i\omega t} dt, \;\; \omega \in \mathbb{R},$$

pokud integrál konverguje. Funkce f se nazývá vzor Fourierovy transformace, funkce $\hat{f}$ se nazývá obraz Fourierovy transformace.

Obrazy Fourierovy transformace některých základních funkcí jsou uvedeny v tabulce.

TABULKA FOURIEROVY TRANSFORMACE	
vzor $f(t)$	obraz $\hat{f}(\omega)$
impuls $\delta(t)$	1
skoková funkce $H(t)$	$\pi\delta(\omega) + \frac{1}{i\omega}$
$\cos(at)$	$\pi[\delta(\omega+a) + \delta(\omega-a)]$
$\sin(at)$	$i\pi[\delta(\omega+a) - \delta(\omega-a)]$
$e^{-at}\cos(bt)\, H(t), a > 0$	$\frac{a+i\omega}{b^2+(a+i\omega^2)}$
$e^{-at}\sin(bt)\, H(t), a > 0$	$\frac{b}{b^2+(a+i\omega^2)}$
$e^{-a\|t\|}, a > 0$	$\frac{2a}{a^2+\omega^2}$
$e^{-at}H(t), a > 0$	$\frac{1}{a+i\omega}$
$te^{-at}H(t), a > 0$	$\frac{1}{(a+i\omega)^2}$
$\operatorname{sgn}(t)$	$\frac{2}{i\omega}$

Fourierova transformace derivace
Nechť funkce f má derivace až do řádu n ve všech bodech intervalu $(-\infty, \infty)$ až na konečně mnoho a platí $\int_{-\infty}^{\infty} \left| f^{(j)}(t) \right| dt < \infty$, $j = 0, \ldots n$. Potom existuje Fourierova transformace funkce $f^{(n)}$ a platí

$$\widehat{f^{(n)}}(\omega) = (i\omega)^n \hat{f}.$$