Jméno: varianta 1

Příklad 1. Napište obecný předpis maticových iteračních metod pro řešení soustav lineárních algebraických rovnic. Napište postačující podmínku konvergence těchto metod.

Příklad 2. Odvoďte variační formulaci pro rovnici

$$u'' + 2u = 2x^2 - 4x - 2 \quad \text{v} \quad (0,2)\,, \quad u\,(0) = u\,(2) = 0.$$

Příklad 3. Popište SPMD (Single Program Multiple Data) úlohu.

Příklad 4. Určete Lagrangeův interpolační polynom, který prochází body [0, 2], [1, 0], [3, 2] a [5, 4].

Příklad 5. Průměrná doba životnosti výrobku je 30 měsíců. Jaká je pravděpodobnost, že výrobek vydrží alespoň tři roky za předpokladu, že náhodná veličina reprezentující dobu životnosti výrobku má exponenciální rozdělení?

Příklad 6. Během 100 dní byly sledovány počty nehod, četnosti jsou dány v tabulce. Vypočtěte výběrový rozptyl, horní kvartil, napište předpis výběrové distribuční funkce a nakreslete její graf.

počty nehod	četnosti
0	60
1	20
2	10
3	10

Jméno: varianta 2a

Příklad 1. Napište definici podobných matic a větu o vlastních číslech podobných matic.

Příklad 2. Napište předpis metody sítí pro rovnici

$$\Delta u = 5 \text{ na } \Omega = (0,1)^2 \,,\ u = x \text{ na } \partial\Omega.$$

Jaká je chyba metody?

Příklad 3. Napište Amdahlův zákon.

Příklad 4. Převeďte diferenciální rovnici

$$y^{(4)} + 3y^{(3)} + 2y + \sin x = 0$$

s podmínkami

$$y(0) = 0,\ y'(0) = 5,\ y''(0) = 3,\ y^{(3)}(0) = 2,$$

na soustavu rovnic prvního řádu s počátečními podmínkami.

Příklad 5. Náhodná veličina X má spojité rozdělení pravděpodobnosti s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} c\ e^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Určete hodnotu konstanty c a pravděpodobnost, že náhodná veličina X nabyde hodnoty z intervalu $[1,3]$.

Příklad 6. V tabulce jsou uvedeny naměřené hodnoty znaku x a y. Vypočtěte parametry regresního modelu $y_i \approx a + bx_i^2$.

x_i	0	1	2	3
y_i	0,9	1,1	2,0	2,5

Jméno: varianta 2b

Příklad 1. Napište tři možnosti využití singulárního rozkladu.

Příklad 2. Napište předpis metody sítí pro rovnici

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ na } \Omega = (0,1)^2,$$

s podmínkami

$$u(x,0) = \sin \pi x \quad \text{pro } x \in (0,1), \; u(0,t) = 0, \; u(1,t) = 0 \text{ pro } t \in (0,1).$$

Jaká je chyba metody?

Příklad 3. Napište Amdahlův zákon.

Příklad 4. Převeďte diferenciální rovnici

$$u'' + 4u = \cos x \quad \text{pro } x \in (1,4), \; u(1) = 2, \; u(4) = -1,$$

na diferenciální rovnici s homogenními Dirichletovými okrajovými podmínkami.

Příklad 5. Náhodná veličina X má spojité rozdělení pravděpodobnosti s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} c \ \sin 2x & x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \\ 0 & x \notin \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Určete hodnotu konstanty c a pravděpodobnost, že náhodná veličina X nabyde hodnoty z intervalu $\left[0, \frac{\pi}{8}\right]$.

Příklad 6. V tabulce jsou uvedeny naměřené hodnoty znaku x_1, x_2 a y. Vypočtěte parametry regresního modelu $y_i \approx a x_{1i} + b x_{2i}$.

x_{1i}	0	1	2	3
x_{2i}	4	2	3	4
y_i	-3,9	1,0	3,1	5,0

Jméno: varianta 3a

Příklad 1. Napište předpis Jacobiho metody pro řešení dané soustavy. Rozhodněte, zda pro tuto soustavu Jacobiho metoda konverguje a rozhodnutí zdůvodněte.

$$\begin{array}{rcrcrcl} 10x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 7, \\ x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & 3, \\ 3x_1 & - & 2x_2 & + & 6x_3 & = & 2. \end{array}$$

Příklad 2. Odvoďte vztah pro aproximaci derivace pomocí zpětné diference. Jaká je chyba této aproximace?

Příklad 3. Určete S-poměr pro zadanou soustavu diferenciálních rovnic a rozhodněte, zda se jedná o soustavu se silným tlumením.

$$\begin{array}{rcrcl} y_1' & = & -3y_1, & & \\ y_2' & = & 10y_1 & - & 2y_2, \; y_1(0) = 2, \; y_2(0) = 5. \end{array}$$

Příklad 4. Metodou nejmenších čtverců řešte soustavu

$$\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 4, \\ x & + & 3y & = & 5, \\ 2x & + & y & = & 5. \end{array}$$

Příklad 5. Náhodný vektor (X, Y) nabývá hodnoty $(0, 1)$ s pravděpodobností $1/2$, hodnoty $(0, 2)$ s pravděpodobností $1/3$ a hodnoty $(1, 1)$ s pravděpodobností $1/6$. Vypočtěte korelační koeficient náhodných veličin X a Y a rozhodněte, zda jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé.

Příklad 6. V tabulce je uvedeno intervalové rozdělení četnosti znaku x. Vypočtěte výběrový průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku.

hodnoty x_i	četnosti n_i
$(0, 6)$	50
$(6, 12)$	60
$(12, 18)$	50
$(18, 24)$	40

Jméno: varianta 3b

Příklad 1. Napište předpis Gaussovy-Seidelovy metody pro řešení dané soustavy. Rozhodněte, zda pro tuto soustavu Gaussova-Seidelova metoda konverguje a rozhodnutí zdůvodněte.

$$\begin{array}{ccccccc} 5x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & = & 7, \\ 3x_1 & + & 7x_2 & - & x_3 & = & 3, \\ x_1 & - & 2x_2 & + & 6x_3 & = & 9. \end{array}$$

Příklad 2. Odvoďte vztah pro aproximaci derivace pomocí centrální diference. Jaká je chyba této aproximace?

Příklad 3. Napište předpis Eulerovy metody pro diferenciální rovnici $y' = -5y$ na intervalu $(0, 5)$,y$(0) = 4$, a obecný krok h. Pro jakou volbu kroku je tato metoda absolutně stabilní?

Příklad 4. Metodou nejmenších čtverců řešte soustavu

$$\begin{array}{ccccc} x & + & y & = & 3, \\ 2x & + & y & = & 4, \\ x & + & 3y & = & 5. \end{array}$$

Příklad 5. Náhodný vektor (X, Y) nabývá hodnoty $(1, 0)$ s pravděpodobností $1/3$, hodnoty $(2, 0)$ s pravděpodobností $1/2$ a hodnoty $(1, 2)$ s pravděpodobností $1/6$. Vypočtěte korelační koeficient náhodných veličin X a Y a rozhodněte, zda jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé. .

Příklad 6. V tabulce je uvedeno intervalové rozdělení četnosti znaku x. Vypočtěte výběrový průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku.

hodnoty x_i	četnosti n_i
$(0, 4)$	60
$(4, 8)$	40
$(8, 12)$	50
$(12, 16)$	50

Jméno: varianta 4a

Příklad 1. Vysvětlete pojem špatně podmíněná matice.

Příklad 2. Určete soustavu lineárních algebraických rovnic pro přibližné řešení rovnice $\Delta u = 2y$ na Ω, $u(x, y) = x^2 y$ na $\partial\Omega$, metodou sítí s krokem $h = 1$. Oblast Ω je vnitřek trojúhelníka s vrcholy $[0, 0]$, $[4, 0]$ a $[0, 4]$.

Příklad 3. Napište předpis Jacobiho metody pro řešení dané soustavy.

$$\begin{array}{ccccccc} 10x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 7, \\ x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & 3, \\ 3x_1 & - & 2x_2 & + & 6x_3 & = & 2. \end{array}$$

Příklad 4. Určete Lagrangeův interpolační polynom, který prochází body $[0, 1]$, $[1, 1]$, $[3, 2]$ a $[4, 3]$.

Příklad 5. Náhodná veličina X má normální rozdělení se střední hodnotou 4 a rozptylem 25. Určete pravděpodobnost, že tato náhodná veličina nabyde hodnoty z intervalu $(2, 5)$.

Příklad 6. V tabulce je uvedeno intervalové rozdělení četnosti znaku x. Vypočtěte výběrový průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku.

hodnoty x_i	četnosti n_i
$(0, 6)$	50
$(6, 12)$	60
$(12, 18)$	50
$(18, 24)$	40

Jméno: varianta 4b

Příklad 1. Vysvětlete pojem numericky nestabilní metoda.

Příklad 2. Určete soustavu lineárních algebraických rovnic pro přibližné řešení rovnice $\Delta u = 2x$ na Ω, $u(x, y) = xy^2$ na $\partial\Omega$, metodou sítí s krokem $h = 2$. Oblast Ω je vnitřek trojúhelníka s vrcholy $[0, 0]$, $[8, 0]$ a $[0, 8]$.

Příklad 3. Napište předpis Gaussovy-Seidelovy metody pro řešení dané soustavy.

$$\begin{array}{rcrcrcl} 5x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & = & 7, \\ 3x_1 & + & 7x_2 & - & x_3 & = & 3, \\ x_1 & - & 2x_2 & + & 6x_3 & = & 9. \end{array}$$

Příklad 4. Určete Lagrangeův interpolační polynom, který prochází body $[1, 1]$, $[2, 1]$, $[4, 2]$ a $[5, 3]$.

Příklad 5. Náhodná veličina X má normální rozdělení se střední hodnotou 2 a rozptylem 16. Určete pravděpodobnost, že tato náhodná veličina nabyde hodnoty z intervalu $(2, 6)$.

Příklad 6. V tabulce je uvedeno intervalové rozdělení četnosti znaku x. Vypočtěte výběrový průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku.

hodnoty x_i	četnosti n_i
$(0, 4)$	60
$(4, 8)$	40
$(8, 12)$	50
$(12, 16)$	50

Jméno: varianta 5a

Příklad 1. K čemu se používá inverzní mocninná metoda? Jak lze urychlit konvergenci této metody?

Příklad 2. Je dána rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ na } \Omega = (0,1)^2$$

s podmínkami

$$u(x,0) = \sin \pi x \text{ pro } x \in (0,1)\,,\ u(0,t) = u(1,t) = 0 \text{ pro } t \in (0,1)\,.$$

Určete soustavu lineárních algebraických rovnic pro přibližné řešení této rovnice metodou sítí s časovým a prostorovým krokem $h = 1/3$.

Příklad 3. Napište předpis Jacobiho metody pro řešení dané soustavy.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 10x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 7, \\ x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & 3, \\ 3x_1 & - & 2x_2 & + & 6x_3 & = & 2. \end{array}$$

Příklad 4. Pomocí LU rozkladu řešte soustavu

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 3, \\ 2x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & = & -2, \\ 3x_1 & + & 4x_2 & + & 2x_3 & = & 11. \end{array}$$

Příklad 5. Náhodná veličina X má spojité rozdělení pravděpodobnosti s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} c\ \sin \pi x & x \in (0,1) \\ 0 & x \notin (0,1)\,. \end{cases}$$

Určete hodnotu konstanty c a střední hodnotu náhodné veličiny X.

Příklad 6. V tabulce jsou uvedeny naměřené hodnoty znaku x a y. Vypočtěte parametry regresního modelu $y_i \approx a + bx_i^2$.

x_i	0	1	2	3
y_i	0,9	1,1	2,0	2,5

Jméno: varianta 5b

Příklad 1. K čemu se používá QR algorimus? Jak lze urychlit výpočet při použití QR algoritmu?

Příklad 2. Je dána rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ na } \Omega = (0,3)^2$$

s podmínkami

$$u(x,0) = x\,(3-x) \text{ pro } x \in (0,3)\,,\; u\,(0,t) = u\,(3,t) = 0 \text{ pro } t \in (0,3)\,.$$

Určete soustavu lineárních algebraických rovnic pro přibližné řešení této rovnice metodou sítí s časovým a prostorovým krokem $h = 1$.

Příklad 3. Napište předpis Gaussovy-Seidelovy metody pro řešení dané soustavy.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 5x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & = & 7, \\ 3x_1 & + & 7x_2 & - & x_3 & = & 3, \\ x_1 & - & 2x_2 & + & 6x_3 & = & 9. \end{array}$$

Příklad 4. Pomocí LU rozkladu řešte soustavu

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 3, \\ 4x_1 & + & 3x_2 & + & 3x_3 & = & 11, \\ -2x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & -2. \end{array}$$

Příklad 5. Náhodná veličina X má spojité rozdělení pravděpodobnosti s hustotou

$$f\,(x) = \begin{cases} c\, e^{-2x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0. \end{cases}$$

Určete hodnotu konstanty c a střední hodnotu náhodné veličiny X.

Příklad 6. V tabulce jsou uvedeny naměřené hodnoty znaku x_1, x_2 a y. Vypočtěte parametry regresního modelu $y_i \approx a x_{1i} + b x_{2i}$.

x_{1i}	0	1	2	3
x_{2i}	4	2	3	4
y_i	-3,9	1,0	3,1	5,0

Jméno: varianta 5c

Příklad 1. Na čem závisí odhad chyby Lagrangeovy interpolace?

Příklad 2. Je dána rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ na } \Omega = (0,6)^2$$

s podmínkami

$$u(x,0) = x\,(x-6) \text{ pro } x \in (0,6)\,,\; u\,(0,t) = u\,(6,t) = 0 \text{ pro } t \in (0,6)\,.$$

Určete soustavu lineárních algebraických rovnic pro přibližné řešení této rovnice metodou sítí s časovým a prostorovým krokem $h = 2$.

Příklad 3. Napište příklad matice o rozměrech 3×3, pro kterou Jacobiho metoda konverguje. Zdůvodněte.

Příklad 4. Převeďte diferenciální rovnici

$$y^{(4)} + 6y^{(3)} + 4y + \sin x = 0$$

s podmínkami

$$y\,(0) = 0,\; y'\,(0) = 2,\; y''\,(0) = 3,\; y^{(3)}\,(0) = 5,$$

na soustavu rovnic prvního řádu s počátečními podmínkami.

Příklad 5. Náhodná veličina X má spojité rozdělení pravděpodobnosti s hustotou

$$f\,(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^3} & x > 1 \\ 0 & x \leq 1. \end{cases}$$

Určete hodnotu konstanty c a střední hodnotu náhodné veličiny X.

Příklad 6. V tabulce jsou uvedeny naměřené hodnoty znaku x a y. Vypočtěte parametry regresního modelu $y_i \approx a + bx_i^2$.

x_i	0	1	2	3
y_i	0,9	1,1	2,0	2,5

Jméno: varianta 5d

Příklad 1. Napište definici splinu k-tého řádu. Je tento spline určen jednoznačně?

Příklad 2. Je dána rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ na } \Omega = (0,3)^2$$

s podmínkami

$$u(x,0) = sin\frac{\pi x}{3} \text{ pro } x \in (0,3)\,,\ u(0,t) = u(3,t) = 0 \text{ pro } t \in (0,3)\,.$$

Určete soustavu lineárních algebraických rovnic pro přibližné řešení této rovnice metodou sítí s časovým a prostorovým krokem $h = 1$.

Příklad 3. Vypočtěte alespoň dvě normy matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 4. Převeďte diferenciální rovnici

$$u'' + 2u = \sin x \text{ pro } x \in (2,5)\,,\ u(2) = 2,\ u(5) = -1,$$

na diferenciální rovnici s homogenními Dirichletovými okrajovými podmínkami.

Příklad 5. Náhodná veličina X má spojité rozdělení pravděpodobnosti s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} c\ e^{-x+3} & x > 0 \\ 0 & x \le 0. \end{cases}$$

Určete hodnotu konstanty c a střední hodnotu náhodné veličiny X.

Příklad 6. V tabulce jsou uvedeny naměřené hodnoty znaku x_1, x_2 a y. Vypočtěte parametry regresního modelu $y_i \approx a x_{1i} + b x_{2i}$.

x_{1i}	0	1	2	3
x_{2i}	4	2	3	4
y_i	-3,9	1,0	3,1	5,0

Jméno: varianta 6a

Příklad 1. Napište definici čísla podmíněnosti matice.

Příklad 2. Je dána rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ na } \Omega = (0,1)^2$$

s podmínkami

$$u(x,0) = x \cos \frac{\pi x}{2} \text{ pro } x \in (0,1)\,,\ u\,(0,t) = u\,(1,t) = 0 \text{ pro } t \in (0,1)\,.$$

Určete soustavu lineárních algebraických rovnic pro přibližné řešení této rovnice metodou sítí s časovým a prostorovým krokem $h = 1/3$.

Příklad 3. Napište předpis Eulerovy metody pro diferenciální rovnici $y' = -20y$ na intervalu $(0,4)$,y$(0) = 5$, a obecný krok h. Pro jakou volbu kroku je tato metoda absolutně stabilní?

Příklad 4. Určete Lagrangeův interpolační polynom, který prochází body [0, 2], [1, 4], [2, 4] a [4, 0].

Příklad 5. Telegrafní zpráva obsahuje tečky a čárky. Je známo, že průměrně je zkresleno 4% teček a $3,3\%$ čárek a že se ve vysílané zprávě tečky a čárky vyskytují v poměru 5:3. Byla přijata tečka. Určete pravděpodobnost, že tečka byla skutečně vyslána.

Příklad 6. V tabulce jsou dány hodnoty znaku x a jejich četnosti. Vypočtěte výběrový rozptyl, dolní kvartil, napište předpis výběrové distribuční funkce a nakreslete její graf.

x_i	četnosti
0	10
1	20
2	40
3	30

Jméno: varianta 6b

Příklad 1. Napište vzorec pro výpočet libovolné maticové normy.

Příklad 2. Je dána rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ na } \Omega = (0,1)^2$$

s podmínkami

$$u(x,0) = x^2 (1-x) \text{ pro } x \in (0,1)\,, \; u(0,t) = u(1,t) = 0 \text{ pro } t \in (0,1)\,.$$

Určete soustavu lineárních algebraických rovnic pro přibližné řešení této rovnice metodou sítí s časovým a prostorovým krokem $h = 1/3$.

Příklad 3. Určete S-poměr pro zadanou soustavu diferenciálních rovnic a rozhodněte, zda se jedná o soustavu se silným tlumením.

$$\begin{aligned} y_1' &= -10y_1, \\ y_2' &= 10y_1 - 2y_2, \; y_1(0) = 2, \; y_2(0) = 9. \end{aligned}$$

Příklad 4. Určete Lagrangeův interpolační polynom, který prochází body [1, 2], [2, 4], [3, 4] a [5, 0].

Příklad 5. Telegrafní zpráva obsahuje tečky a čárky. Je známo, že průměrně je zkresleno 4% teček a 3,3% čárek a že se ve vysílané zprávě tečky a čárky vyskytují v poměru 5:3. Byla přijata čárka. Určete pravděpodobnost, že čárka byla skutečně vyslána.

Příklad 6. V tabulce jsou dány hodnoty znaku x a jejich četnosti. Vypočtěte výběrový rozptyl, horní kvartil, napište předpis výběrové distribuční funkce a nakreslete její graf.

x_i	četnosti
0	10
1	20
2	30
3	40

Jméno: varianta 7a

Příklad 1. Srovnejte výhody a nevýhody explicitních a implicitních metod pro řešení soustav obyčejných diferenciálních rovnic.

Příklad 2. Odvoďte vztah pro aproximaci derivace pomocí centrální diference. Jaká je chyba této aproximace?

Příklad 3. Napište předpis Jacobiho metody pro řešení dané soustavy. Rozhodněte, zda pro tuto soustavu Jacobiho metoda konverguje a rozhodnutí zdůvodněte.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 10x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 7, \\ x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & 3, \\ 3x_1 & - & 2x_2 & + & 6x_3 & = & 2. \end{array}$$

Příklad 4. Pomocí LU rozkladu řešte soustavu

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 3, \\ 2x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & = & -2, \\ 3x_1 & + & 4x_2 & + & 2x_3 & = & 11. \end{array}$$

Příklad 5. Náhodná veličina X má spojité rozdělení pravděpodobnosti s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{(1+x)^2}, & x \geq 1, \\ 0, & x < 1. \end{cases}$$

Určete hodnotu konstanty c a distribuční funkci náhodné veličiny X.

Příklad 6. V tabulce jsou uvedeny naměřené hodnoty znaku x a y. Vypočtěte parametry regresního modelu $y_i \approx ax_i + bx_i^2$.

x_i	0	1	2	3
y_i	0,9	1,1	6,0	14,8

Jméno: varianta 7b

Příklad 1. Je dána soustava lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ s obecnou obdélníkovou maticí. Napište vztah pro řešení této soustavy pomocí soustavy normálních rovnic. Porovnejte velikost a podmíněnost matice $\mathbf{A}$ a matice pro soustavu normálních rovnic.

Příklad 2. Odvoďte vztah pro aproximaci druhé derivace pomocí diference. Jaká je chyba této aproximace?

Příklad 3. Napište předpis Gaussovy-Seidelovy metody pro řešení dané soustavy. Rozhodněte, zda pro tuto soustavu Gaussova-Seidelova metoda konverguje a rozhodnutí zdůvodněte.

$$\begin{aligned} 5x_1 &+ 2x_2 + 2x_3 = 7, \\ 3x_1 &+ 7x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 &- 2x_2 + 6x_3 = 9. \end{aligned}$$

Příklad 4. Pomocí LU rozkladu řešte soustavu

$$\begin{aligned} x_1 &+ x_2 + x_3 = 3, \\ 4x_1 &+ 3x_2 + 3x_3 = 11, \\ -2x_1 &+ x_2 + 2x_3 = -2. \end{aligned}$$

Příklad 5. Náhodná veličina X má spojité rozdělení pravděpodobnosti s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{(x+2)^3}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

Určete hodnotu konstanty c a distribuční funkci náhodné veličiny X.

Příklad 6. V tabulce jsou uvedeny naměřené hodnoty znaku x a y. Vypočtěte parametry regresního modelu $y_i \approx a + bx_i^3$.

x_i	-1	0	1	2
y_i	1,1	2,1	3,0	9,8

varianta 8a

Příklad 1. V čem spočívá pivotace při Gaussově eliminaci? Proč se používá?

Příklad 2. Určete soustavu lineárních algebraických rovnic pro přibližné řešení rovnice

$$u'' + 2u = x^2 \quad \text{na} \quad (1,3),\ u(1) = 0,\ u(3) = 4,$$

metodou sítí s krokem $h = 1/2$.

Příklad 3. Napište příklad matice o rozměrech 3×3, pro kterou Jacobiho metoda konverguje. Zdůvodněte.

Příklad 4. Určete Lagrangeův interpolační polynom, který prochází body $[0,1]$, $[1,2]$, $[3,4]$ a $[5,0]$.

Příklad 5. Náhodný vektor (X, Y) nabývá hodnoty $(0,1)$ s pravděpodobností $1/2$, hodnoty $(0,3)$ s pravděpodobností $1/3$ a hodnoty $(1,1)$ s pravděpodobností $1/6$. Vypočtěte korelační koeficient náhodných veličin X a Y a rozhodněte, zda jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé.

Příklad 6. V tabulce jsou uvedeny naměřené hodnoty znaku x a y. Vypočtěte parametry regresního modelu $y_i \approx a x_i^3 + b$.

x_i	-1	0	1	2
y_i	0,1	1,1	1,9	9,2

varianta 8b

Příklad 1. V čem spočívá řešení soustav lineárních algebraických rovnic pomocí LU rozkladu? Kdy je výhodnější počítat řešení soustav lineárních algebraických rovnic pomocí LU rozkladu než použít Gaussovu eliminaci?

Příklad 2. Určete soustavu lineárních algebraických rovnic pro přibližné řešení rovnice

$$u'' + u = 3x^2 \quad \text{na} \quad (0,2),\ u(0) = -6,\ u(2) = 6,$$

metodou sítí s krokem $h = 1/2$.

Příklad 3. Napište příklad matice o rozměrech 3×3, pro kterou Gaussova-Seidelova metoda konverguje. Zdůvodněte.

Příklad 4. Určete Lagrangeův interpolační polynom, který prochází body $[1,1]$, $[2,2]$, $[4,4]$ a $[6,0]$.

Příklad 5. Náhodný vektor (X,Y) nabývá hodnoty $(1,0)$ s pravděpodobností $1/3$, hodnoty $(3,0)$ s pravděpodobností $1/2$ a hodnoty $(1,3)$ s pravděpodobností $1/6$. Vypočtěte korelační koeficient náhodných veličin X a Y a rozhodněte, zda jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé.

Příklad 6. V tabulce jsou uvedeny naměřené hodnoty znaku x a y. Vypočtěte parametry regresního modelu $y_i \approx ax_i^2 + bx_i$.

x_i	-1	0	1	2
y_i	0,1	0,2	1,9	6,0