

# Počítačové praktikum - opakování

1. V grafickém okně vytvořte vedle sebe dvě podokna. Do podoken nakreslete graf křivky  $x = t^2 \cos t$ ,  $y = t \sin t$ ,  $z = t$ ,  $t \in [0, 6\pi]$  a jejího průmětu do roviny  $xy$ , tedy křivky  $x = t^2 \cos t$ ,  $y = t \sin t$ ,  $t \in [0, 6\pi]$ .

2. Graficky znázorněte funkci  $f(x, y) = (x - y) \cos 12y$ ,  $x, y \in [0, 1]$ . Znázorněte vrstevnice této funkce.

3. Vypočtěte podíl  $\frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^2 + x}$ .

4. Určete primitivní funkci k funkci  $f(x) = \frac{\arctg x}{x^2 + 1}$  a nakreslete graf funkce  $f$  a primitivní funkce k funkci  $f$  na intervalu  $[0, 3]$ .

5. Vypočtěte

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 - 4x) e^{-2x}$

b) druhou derivaci funkce  $f(x) = x \arctg 2x$

c)  $\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2+5} dx$

6. V oboru reálných čísel řešte rovnici  $\ln(x^3 - x + 1) = 0$ .

## 7. Vzájemná poloha dvou přímk

V rovině je dána přímka  $p_1$  rovnicí  $y = ax + b$  a přímka  $p_2$  rovnicí  $y = cx + d$ . Napište program, který určí vzájemnou polohu přímk  $p_1$  a  $p_2$ . Vstupními parametry programu budou čísla  $a, b, c, d$ . Program vypíše informaci o vzájemné poloze a přímk graficky znázorní.

## 8. Binomická rovnice

Napište program pro řešení binomické rovnice  $z^n - a = 0$ , kde  $n \in \mathbb{N}$  a  $a \in \mathbb{C}$ . Vstupními parametry programu budou parametry  $a$  a  $n$ , výstupními parametry budou nalezená řešení. Program řešení graficky znázorní.

## 9. Permutace s opakováním

Napište program, který pro zadané tři cifry, které nemusí být různé, určí všechny jejich permutace.

## 10. Heronův vzorec

Napište program, který vypočte obsah trojúhelníka pro zadané délky stran  $a, b, c$  pomocí Heronova vzorce  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ , kde  $s = (a+b+c)/2$ . V programu otestujte, zda pro zadané délky stran lze trojúhelník skutečně sestrojít.

### 11. Tečna ke grafu funkce

Předpokládejme, že funkce  $f$  je spojitě diferencovatelná na intervalu  $[a, b]$ . Vytvořte program, který určí rovnici tečny ke grafu funkce  $f$  v bodě  $[x_0, f(x_0)]$  a funkci  $f$  i příslušnou tečnu graficky znázorní.

### 12. Newtonova metoda

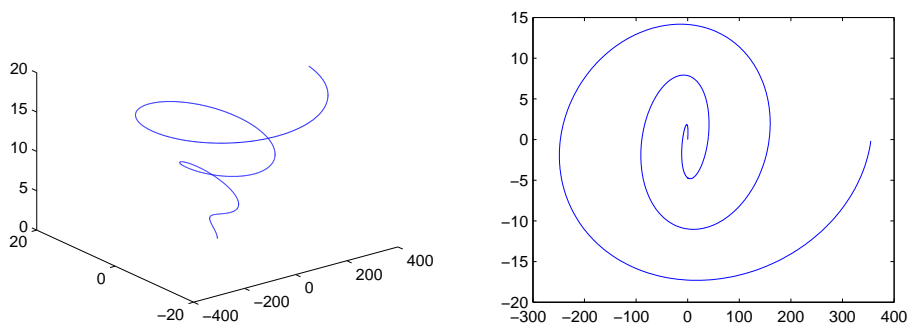
Newtonova metoda pro řešení rovnice  $f(x) = 0$  má předpis:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

pro  $n = 0, 1, 2, \dots$  a zvolenou počáteční hodnotu  $x_0$ . Platí, že bod  $x_{n+1}$  je průsečíkem tečny ke grafu funkce  $f$  v bodě  $[x_n, f(x_n)]$  a osy  $x$ . Proto je Newtonova metoda také nazývána metodou tečen. Vytvořte program pro řešení rovnic Newtonovou metodou a pomocí tohoto programu určete všechna řešení rovnice  $e^{-x} = \sin x$  na intervalu  $[0, 10]$ .

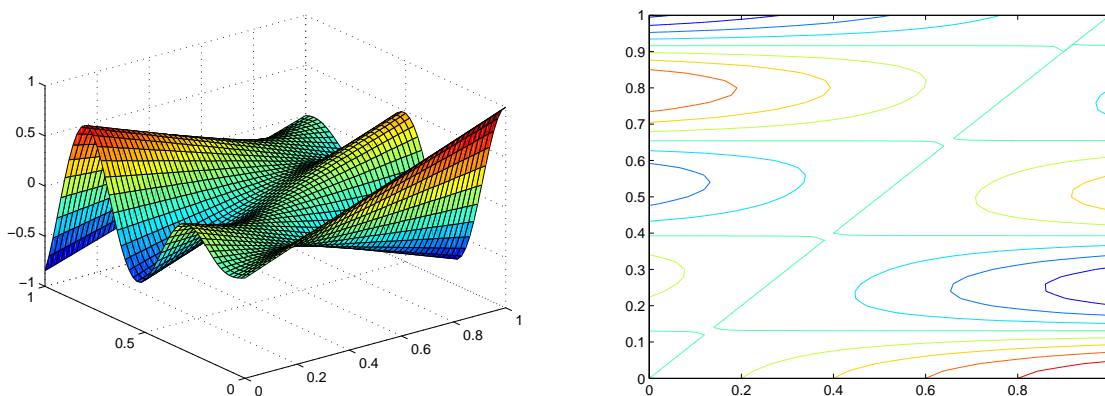
# Výsledky

1.



Obrázek 1. Graf zadané křivky a jejího průmětu do roviny  $xy$ .

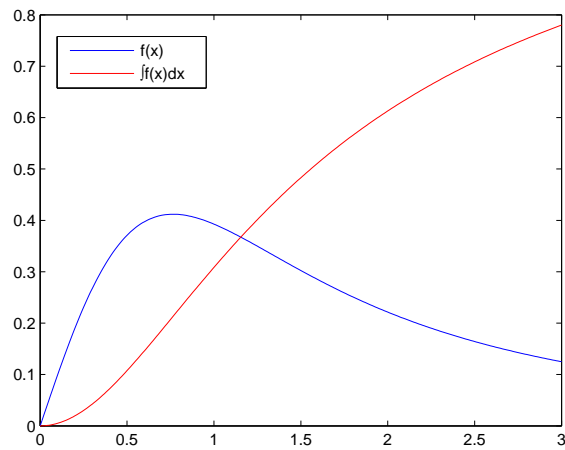
2.



Obrázek 2. Graf zadané funkce a jejích vrstevnic.

3. Platí 
$$\frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^2 + x} = x^2 - x + 3 + \frac{-3x + 1}{x^2 + x}.$$

4. Primitivní funkcí k funkci  $f$  je funkce 
$$\frac{(\operatorname{arctg} x)^2}{2}.$$



**Obrázek 3.** Graf zadané funkce a primitivní funkce k této funkci.

5. a) 0,  
 b)  $\frac{4}{1+4x^2} - \frac{16x^2}{(1+4x^2)^2}$ ,  
 c)  $\frac{\pi\sqrt{5}}{10}$ .

6. Daná rovnice má řešení 0, 1 a  $-1$ .