

Seminář z numerické matematiky - příklady 4

Příklad 1. Vytvořte funkci pro řešení nelineární rovnice $f(x) = 0$ Newtonovou metodou. Vstupními parametry budou symbolicky zadaná funkce f a počáteční iterace x_0 . Vytvořenou funkci použijte k řešení úloh:

- a) $3e^x = 4 \cos x, x_0 = 1,$
- b) $x^4 - 5x^3 + 6x^2 + 4x - 8 = 0, x_0 = 1,$
- c) $x^3 - x + 3 = 0, x_0 = 0,$
- d) $\sin 3x = \cos 2x, x_0 = 0,8.$

Rozhodněte, zda v daných případech Newtonova metoda konverguje lineárně, kvadraticky nebo nekonverguje. Zdůvodněte.

Příklad 2. Uvažujme rovnici $z^3 = 1$, kde $z \in \mathbb{C}$. Zvolte $n \in \mathbb{N}$ a položte

$$h = \frac{1}{n}, \quad x_k = -1 + kh, \quad y_l = -1 + lh, \quad k, l = 0, \dots, 2n.$$

To znamená, že body $[x_k, y_l]$ tvoří síť na čtverci $[-1, 1]^2$ s krokem h . Pro všechny body sítě $[x_k, y_l]$ určete, ke kterému z kořenů dané rovnice konverguje Newtonova metoda pro řešení zadané rovnice s počátečním hodnotou $x_k + iy_l$. Bodům z dané sítě, které konvergují ke stejnému kořeni přiřaďte stejnou barvu a výsledek graficky znázorněte.

Příklad 3. Pomocí Newtonovy metody určete všechna řešení soustavy:

$$\begin{aligned}x^2 + xy + y^2 &= 10, \\x^2 + y &= \operatorname{arctg}(x + y).\end{aligned}$$

Proveďte zkoušku.