

Cvičení 8

Příklad 1. Rozhodněte o typu kvadratické formy:

- $Q(x, y) = 2xy + y^2$ (indefinitní),
- $Q(x, y) = 2x^2 + 2xy + y^2$ (pozitivně definitní),
- $Q(x, y) = 2x^2$ (pozitivně semidefinitní),
- $Q(x, y, z) = x^2 - 2xy + y^2 - z^2$ ($= (x - y)^2 - z^2$ je indefinitní),
- $Q(x, y, z) = x^2 + 4xy - 4xz + 5y^2 - 8yz + 5z^2$
($= (x + 2y - 2z)^2 + y^2 + z^2$ je pozitivně definitní),
- $Q(x, y, z) = x^2 + 4xy - 4xz + 3y^2 - 8yz + 5z^2$
($= (x + 2y - 2z)^2 - y^2 + z^2$ je indefinitní),

Příklad 2. Najděte lokální extrémů funkcí

- $F(x, y) = x^2 - y^2 - 2xy - 4x$ (nemá lokální extrémů),
- $F(x, y) = e^{2x+3y}(8x^2 + 3y^2 - 6xy)$ (lokální minimum v bodě $[0, 0]$),
- $F(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2xy + 2yz + 2z - 6x + 35$
(lokální minimum v bodě $[8, 5, -2]$),
- $F(x, y) = x^3 - 6xy - 6x + 6y + 3y^2$ (lokální minimum v bodě $[2, 1]$),
- $F(x, y) = y\sqrt{1+x} + x\sqrt{1+y}$ (nemá lokální extrémů),

Příklad 3. Najděte lokální extrémů implicitně zadaných funkcí $z(x, y)$

- $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xz - yz + 2x + 2y + 2z - 2 = 0$
(maximum $z = -4 + 2\sqrt{6}, x = y = -3 + \sqrt{6}$),
(minimum $z = -4 - 2\sqrt{6}, x = y = -3 - \sqrt{6}$),
- $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y + 2z - 38 = 0$
(maximum $z = 7, x = 3, y = -4$, minimum $z = -9, x = 3, y = -4$).