

Matematika 2 (MA2-M) - otázky ke zkoušce I

Václav Finěk (KMD FP TUL)

1 Nekonečné řady

Otázka 1.1. *Definujte pojmy: nekonečnou řadu, n -tý člen řady, částečný součet, konvergentní, divergentní a oscilující řadu. Spočtete součet nekonečné geometrické řady. Uveďte příklady divergentní a oscilující řady.*

Otázka 1.2. *Napište větu o aritmetice nekonečných řad a nutnou podmínku konvergence řady. Uveďte příklad divergentní řady splňující nutnou konvergence. Definujte řadu s nezápornými členy a uveďte základní větu o její konvergenci.*

Otázka 1.3. *Uveďte srovnávací kritérium, Cauchyho a podílové kritérium (limitní i neli-
mitní).*

Otázka 1.4. *Uveďte Leibnizovo a integrální kritérium. Definujte absolutně konvergentní řadu a uveďte příklad řady, která je konvergentní, ale není absolutně konvergentní.*

2 Funkce více proměnných

Otázka 2.1. *Definujte funkci více proměnných, její definiční obor, obor hodnot a graf. Pro funkci dvou proměnných definujte vrstevnici. Dále napište obecnou definici limity a konkrétní definici pro funkci dvou proměnných a maximální metriku. Vysvětlete rozdíl mezi limitou funkce jedné proměnné a limitou funkce více proměnných.*

Otázka 2.2. *Napište větu o jednoznačnosti limity funkce, o limitě sevřené funkce, o aritmetice limit funkcí, nutnou podmínku existence limity funkce a větu o limitě funkce v polárních souřadnicích.*

Otázka 2.3. *Napište obecnou definici spojitosti funkce a konkrétní definici pro funkci dvou proměnných a maximální metriku. Vysvětlete rozdíl v definici spojitosti a limity funkce.*

Otázka 2.4. *Napište větu o spojitosti absolutní hodnoty, součtu, rozdílu, součinu a podílu, větu o spojitosti složené funkce, větu o limitě spojitě funkce a větu o nabývání hodnot. Definujte souvislou množinu a oddělené množiny.*

3 Parciální derivace

Otázka 3.1. *Napište definici parciální derivace a vysvětlete její geometrický význam. Dále napište větu o derivaci součtu, součinu a podílu a větu o přírůstku funkce. Uveďte příklad funkce, která má ve vybraném bodě parciální derivace podle všech proměnných, ale není v tomto bodě spojitá.*

Otázka 3.2. *Definujte totální diferenciál a vysvětlete jeho geometrický význam. Uveďte nutnou a postačující podmínku existence totálního diferenciálu a postup jeho výpočtu. Dále napište větu o parciální derivaci složené funkce a větu o záměnnosti parciálních derivací.*

Otázka 3.3. *Definujte derivaci ve směru a uveďte větu o jejím výpočtu. Dále napište definici gradientu a tečné roviny.*

4 Taylorova věta a implicitní funkce

Otázka 4.1. *Napište definici funkce nekonečně malé v bodě (řádu právě m a řádu vyššího než m), charakterizujte nekonečně malé funkce a odvoďte Taylorův rozvoj.*

Otázka 4.2. *Napište Taylorovu větu a větu o Taylorově řadě. Dále odvoďte Taylorovy rozvoje funkcí $\sin x$, $\cos x$ a e^x včetně odhadu chyby a jejich konvergence.*

Otázka 4.3. *Napište Taylorovu větu pro funkce více proměnných. Uveďte příklady funkcí $F(x, y)$ takové, že úloha $F(x, y) = 0$ nemá řešení (má řešení, ale nelze ho v žádném bodě vyjádřit funkcí). Dále napište větu o implicitní funkci.*

Otázka 4.4. *Uveďte příklad funkce $F(x, y)$, která nesplňuje podmínku z věty o implicitní funkci, ale přesto existuje implicitně zadaná funkce (a najděte tuto funkci). Napište větu o derivaci implicitní funkce a uveďte postup výpočtu jejích prvních dvou derivací.*