

Matematika 2 (MA2-M) - otázky ke zkoušce II

Václav Finěk (KMD FP TUL)

1 Extrémy funkcí více proměnných

Otázka 1.1. *Definujte pojmy: (ostré) lokální minimum, (ostré) lokální maximum, kvadratická forma, pozitivně (semi)definitní, negativně (semi)definitní a indefinitní kvadratická forma. Popište postup, pomocí kterého rozlišíte jednotlivé druhy kvadratických forem.*

Otázka 1.2. *Napište nutnou a postačující podmínku pro lokální extrém. Na základě postačující podmínky odvoďte jednoduché kritérium pro funkce dvou proměnných. Ukažte na příkladech, co se stane v semidefinitním případě.*

Otázka 1.3. *Popište, co je to vázaný extrém. Napište nutnou podmínku pro vázaný extrém. Popište jakým způsobem rozhodnete, zda je v podezřelých bodech vázaný extrém a dále popište ještě jinou možnost, jak hledat vázané extrémy. Definujte absolutní extrémy a popište, jak je naleznete.*

2 Obyčejné diferenciální rovnice

Otázka 2.1. *Definujte obyčejnou diferenciální rovnici prvního a n -tého řádu, partikulární, maximální, obecné a singulární řešení. Popište geometrický význam obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu a uveďte příklad. Dále uveďte příklady partikulárního, maximálního, obecného a singulárního řešení.*

Otázka 2.2. *Napište větu o existenci a jednoznačnosti řešení obyčejných diferenciálních rovnic prvního a n -tého řádu a podmínku řešitelnosti exaktních rovnic. Vysvětlete vztah mezi počáteční podmínkou a partikulárním a obecným řešením.*

Otázka 2.3. *Stručně popište postup při řešení obyčejných diferenciálních rovnic se separovanými proměnnými, homogenních, lineárních, Bernoulliových a exaktních rovnic. Dále popište postup při řešení obyčejných diferenciálních rovnic druhého řádu s konstantními koeficienty a speciální pravou stranou.*

3 Integrace funkcí více proměnných

Otázka 3.1. *Popište zavedení Riemannova integrálu pro funkce dvou proměnných. Definujte následující pojmy: dělení, zjemňující dělení, dolní a horní součet, dolní, horní a Riemannův integrál, normu dělení. Napište větu o existenci Riemannova integrálu.*

Otázka 3.2. *Definujte charakteristickou funkci množiny. Napište větu o linearitě Riemannova integrálu vzhledem k integrandu a vzhledem k integrované množině a větu o monotónii Riemannova integrálu.*

Otázka 3.3. *Definujte jednoduchou konečnou po částech hladkou rovinnou křivku a oblast typu A . Dále uveďte Fubiniovu větu a obecnější Fubiniovu větu. Uveďte příklady jejich použití.*

Otázka 3.4. *Napište větu o substituci ve dvojném integrálu. Uveďte vztah mezi Jakobiánem a Jakobiánem inverzní substituce. Pomocí transformace do polárních souřadnic spočtete obsah kruhu o poloměru R .*

4 Základy numerické matematiky

Otázka 4.1. *Popište, čím se zabývá numerická matematika, co je to linearizace a diskretizace problému. Definujte řád metody, korektní úlohu, dobře podmíněnou úlohu, stabilní algoritmus, řád složitosti (uveďte příklad). Popište důvody neefektivnosti numerických programů. Napište, jaký je nejobecnější model pro paralelní programování a jaký standard ho upravuje.*

Otázka 4.2. *Definujte kvadrurní vzorec, uzly, váhy, chybu kvadrurního vzorce a jeho řád. Popište odvození lichoběžníkového a Simpsonova pravidla. Pomocí lichoběžníkového pravidla spočtete přibližnou hodnotu $\int_0^1 e^{x^2} dx$.*

Otázka 4.3. *Vysvětlete, co je to iterační metoda. Dále vysvětlete myšlenku metody regula falsi. Popište odvození Newtonovy metody a její geometrický význam. Na vybraném příkladu předvedte několik iterací Newtonovy metody.*

Otázka 4.4. *Odvoďte Eulerovu metodu, popište její geometrický význam a uveďte, pro které funkce se přibližné řešení bude rovnat přesnému řešení. Definujte celkovou diskretizační chybu a konvergenci metody. Napište větu o odhadu chyby Eulerovy metody a vysvětlete metodu polovičního kroku. Vybranou úlohu vyřešte Eulerovou metodou.*