Matematika 2 19/20

Datum: 17. 6. 2020

Teoretická část

1/

a/ Dána reálná funkce reálné proměnné *f* definovaná na intervalu $(a, b) \subset \mathrm{R}$. Definujte, kdy je funkce f konkávní v (a, b).

b/ Nechť funkce *f* a *F* jsou definovány na intervalu (a, b). Definujte, kdy nazveme funkci *F* primitivní funkcí k funkci *f* na intervalu (a, b).

c/ Uveďte příklad funkce, která je spojitá v bodě $c \in R$, ale neexistuje $f'(c)$.

2/

a/ Uveďte, kdy má soustava lineárních algebraických rovnic řešení.

b/ Definujte, kdy vektory $x_1, x_{2, \dots,} x_r$ z vektorového prostoru *L* jsou lineárně závislé.

c/ Definujte, co je to báze vektorového prostoru *L*.

Početní část

3/

Vypočítejte limitu posloupnosti $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4^{n-3} - 5^{n+2}}{3^{n-2} + 5^n}$.

4/

Vypočítejte neurčitý integrál $\int \dfrac{3}{x \ln^2 x}\,dx$ pro $x \in (1, \infty)$.

5/

Určete maximum a minimum funkce $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ na uzavřeném intervalu $< 0, 3 >$.

6/

Určete a graficky znázorněte definiční obor funkce $f(x, y) = \dfrac{\ln(1 + y)}{\ln(x^2 + y)}$.

7/

Stanovte body, v nichž nastávají lokální extrémy funkce $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$.

8/

Nalezněte matici X vyhovující maticové rovnici $\mathbf{AX} + 2\mathbf{B} = \mathbf{C}^T$, kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 6 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}.$$