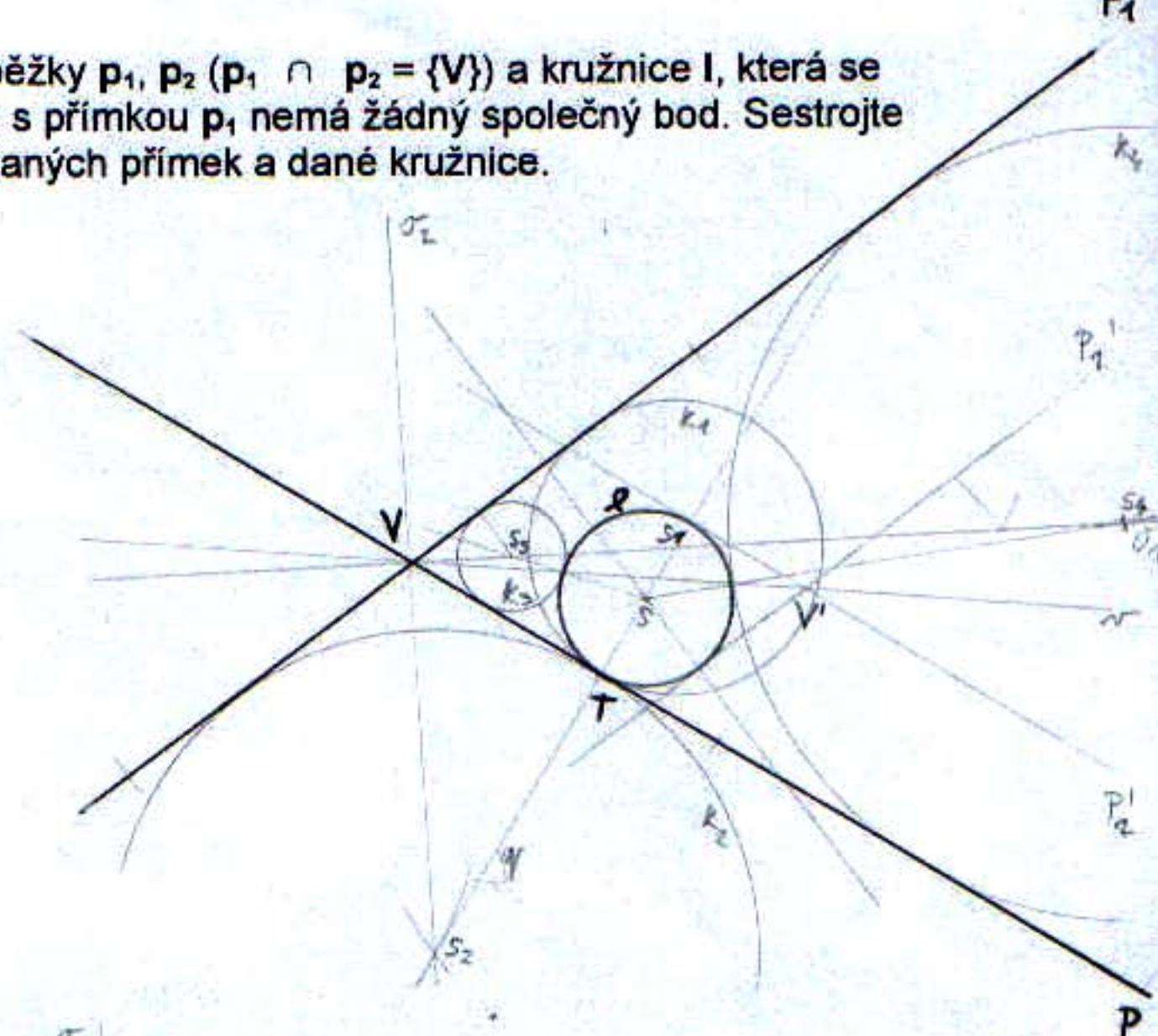


### Zadání úlohy:

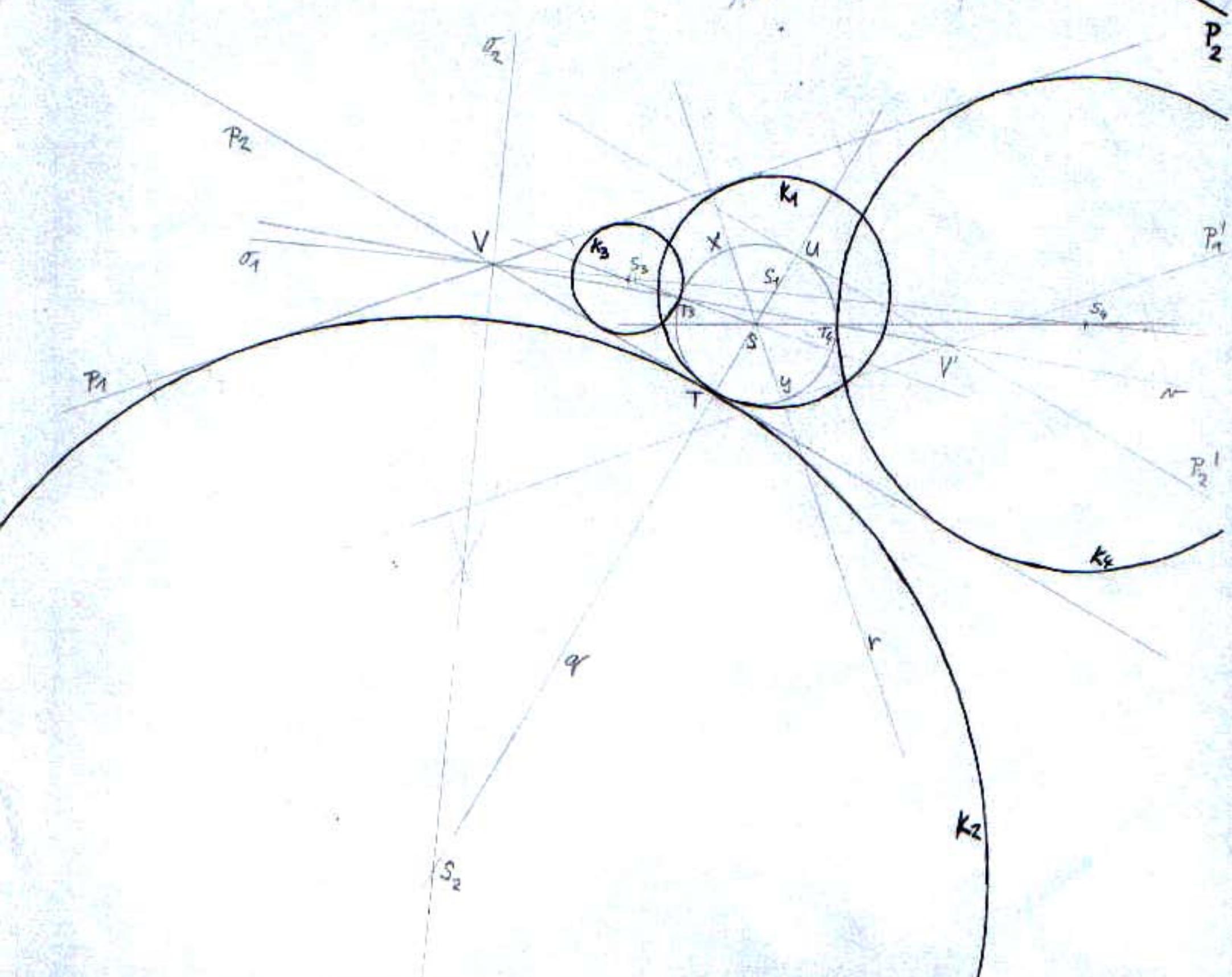
Jsou dány dvě různoběžky  $p_1$ ,  $p_2$  ( $p_1 \cap p_2 = \{V\}$ ) a kružnice  $I$ , která se dotýká přímky  $p_2$  v bodě  $T$  a s přímkou  $p_1$  nemá žádný společný bod. Sestrojte kružnici  $k$ , která se dotýká daných přímek a dané kružnice.

### Rozbor:

Dvě řešení s dotykem na kružnici  $I$  a přímce  $p_2$  v bodě  $T$  najdeme pomocí množin daných vlastností. Jiná dvě řešení (s jiným bodem dotyku) najdeme pomocí stejnolehlosti.



### Konstrukce:



### Postup konstrukce:

- 1)  $q; q \perp p_2, T \in q$
- 2)  $o_1, o_2; o_1$  je osa úhlu  $p_2Vp_1$   
 $o_2$  je osa úhlu  $p_1Vp_2$
- 3)  $S_1, S_2; S_1 \in o_1 \cap q$   
 $S_2 \in o_2 \cap q$
- 4)  $k_1, k_2; k_1(S_1, TS_1)$   
 $k_2(S_2, TS_2)$
- 5)  $U; U \in q \cap l, U \neq T$
- 6)  $S; S \in q, |ST| = |SU|$
- 7)  $r; r \perp p_1, S \in r$
- 8)  $X, Y; \{X, Y\} \subset l \cap r, |p_1X| < |p_1Y|$
- 9)  $p_1', p_2'; p_1' \parallel p_1, Y \in p_1'$   
 $p_2' \parallel p_2, U \in p_2'$
- 10)  $V'; V' \in p_1' \cap p_2'$
- 11)  $v; V \in v, V' \in v$
- 12)  $T_3, T_4; \{T_3, T_4\} \subset v \cap l$
- 13)  $S_3, S_4; S_3 \in o_1 \cap ST_3$   
 $S_4 \in o_1 \cap ST_4$
- 14)  $k_3, k_4; k_3(S_3, S_3T_3)$   
 $k_4(S_4, S_4T_4)$
- 15)  $k_1, k_2, k_3, k_4$  jsou hledané kružnice

### Diskuze:

Úloha má vždy 4 řešení.

Dvě kružnice ( $k_1, k_2$ ) s bodem dotyku v bodě  $T$  jsou vždy řešením. Kružnice  $k_1$  by nebyla součástí řešení, kdyby se kružnice  $l$  zároveň dotýkala obou přímek  $p_1, p_2$ , což ale neodpovídá řešení; a obě kružnice  $k_1, k_2$  by nebyly součástí řešení, pokud by bod  $T$  ležel v průsečíku  $p_1, p_2$ , což ale není možné, protože by neexistovala kružnice  $l$  a zároveň toto neodpovídá zadání. Ze stejného důvodu jsou také kružnice  $k_3, k_4$  vždy řešením zadанé úlohy.