Geometrie 1

Příklady k semestrální práci

A) Konstrukce trojúhelníků

V následujících úlohách je použito obvyklé značení prvků v $\triangle ABC$, tj. délky stran a, b, c; velikosti vnitřních úhlů α, β, γ; délky těžnic t_a, t_b, t_c; velikosti výšek v_a, v_b, v_c; poloměr kružnice opsané r; poloměr kružnice vepsané ρ.

Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno:

1. α, v_a, v_c Škoda
2. α, v_b, t_a Petrtýlová
3. b, β, t_a Maťátková
4. α, v_c, t_a Hanák
5. c, γ, ρ Molinová
6. c, t_a, γ Smrčková
7. v_a, v_b, t_a Klečal
8. $a + b, c, v_a$ Malý
9. $a + b, c, \beta - \alpha > 0$
10. $a - b > 0, \beta, \gamma$ KUDRNÁČOVÁ
11. $a + b, c, \gamma$ Rajtrová
12. $a + b + c, \alpha, \beta$
13. $a : b : c, v_a$ Urbašíček
14. $b : c, a, \alpha$ Svatovský
15. α, β, t_c
16. $b : c, \alpha, v_a$
17. $b : c, \alpha, t_a$
18. $a : b, v_c, \alpha$
19. α, β, ρ Zajíc
20. $a : b : c, r$ Pabočka

B) Kuželosečky

V následujících úlohách je použito obvyklé značení prvků kuželoseček, tj. ohnisko F; hlavní vrcholy A, B; vedlejší vrcholy C, D; délka hlavní poloosy a; délka vedlejší poloosy b; excentricita e; střed kuželosečky S; obecný bod M, N; tečna t; tečna s bodem dotyku $t(T)$; asymptoty hyperboly p, q; směr asymptoty p^s, q^s; řídící přímka paraboly d; vrcholová přímka paraboly v; normála n; parametr paraboly p.

Sestrojte elipsu, je-li dáno:

1. F, C, b Škoda
2. F, C, M Hanák
3. A, F, t Urbašíček
4. S, t, a, e Malý
5. F, t, a, e Rajtrová
6. F, N, M, a Petrtýlová

Sestrojte hyperbolu, je-li dáno:

7. F, p, a Zajíc
8. S, p, t, a Molinová
9. F, p, t Svatovský
10. F, p^s, t, a
11. F, p, q^s Pabočka

Sestrojte parabolu, je-li dáno:

12. F, M, N Maťátková
13. d, M, p KUDRNÁČOVÁ
14. F, M, t Smrčková
15. $d, t(T)$ Klečal
16. o, v, t
17. o, n, p
18. $t_1(T_1), t_2(T_2)$

Sestrojte středovou kuželosečku, je-li dáno:

19. $S, t(T), a$
20. F, t_1, t_2, a

Sestrojte kuželosečku, je-li dáno:

21. F, t_1, t_2, t_3
22. $F, M, t(T)$

C) Geometrická zobrazení v rovině a jejich užití v konstrukčních úlohách

1. Je dán ostrý úhel $\measuredangle XVY$ a jeho vnitřní bod C. Sestrojte na rameni VX bod A a na rameni VY bod B, aby trojúhelník ABC měl minimální obvod. Petrtýlová
2. Na kulečníkovém stole jsou rozmístěny koule se středy v bodech A, B $(A \neq B)$. Určete dráhu koule A tak, aby narazila do koule B
   a) po odrazu od jednoho mantinelu;
   b) po odrazu od dvou sousedních mantinelů;
   c) po odrazu od dvou protějších mantinelů.
   Svárovský
3. Sestrojte konvexní čtyřúhelník $ABCD$, znáte-li délky všech jeho stran a, b, c, d a víte-li dále, že úhlopříčka BD leží na ose vnitřního úhlu $\measuredangle CDA$. Kafatková
4. Bodem S, jenž leží uvnitř konvexního úhlu XVY, veďte přímku a, která protne jeho ramena v bodech A, B tak, že bod S je středem úsečky AB. Klečál
5. Jsou dány dvě různoběžky a, c a bod S neležící na žádné z nich. Sestrojte čtverec $ABCD$ se středem S tak, aby $A \in a$ a $C \in c$. Smrčková
6. Jsou dány kružnice $k(S, r)$ a bod A ležící vně. Sestrojte přímku a procházející bodem A a protínající kružnici k v bodech B, C tak, že bod B je středem úsečky AC. Molinová
7. Jsou dány tři různé nekolineární body M, N, S. Sestrojte čtverec $ABCD$ se středem S tak, aby bod M ležel na přímce AB a bod N na přímce CD. Zajíc
8. Je dána kružnice $k(S, r)$ a bod $A \neq S$. Veďte bodem A přímku a, která vytne tětivu kružnice k dané délky $d < 2r$. Paběčka
9. Do daného rovnoběžníku $ABCD$ vepište čtverec $KLMN$ tak, aby každý jeho vrchol ležel na jiné straně rovnoběžníku. Rajtrová
10. Jsou dány dvě různoběžky b, c a bod A neležící na žádné z nich. Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC tak, aby $B \in b, C \in c$.
11. Jsou dány dvě soustředné kružnice $k_1(S, r_1), k_2(S, r_2)$ $(r_2 > r_1)$ a bod $A \in k_1$. Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC tak, aby $B \in k_1, C \in k_2$. KUDRNÁČOVÁ
12. Sestrojte lichoběžník, jsou-li dány:
    a) velikosti jeho stran a, b, c, d;
    b) velikosti jeho základen a, c a úhlopříček e, f.
    Uršáč
13. Jsou dány tři přímky $a \parallel b \nparallel c$. Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC o stranách dané délky d, přičemž platí $A \in a, B \in b, C \in c$. Ikoda
14. Jsou dány dvě nesoustředné kružnice $k_1(S, r_1), k_2(S, r_2)$ a úsečka AB. Sestrojte takovou úsečku KL, že $K \in k_1, L \in k_2, KL \parallel AB$ a $|KL| = |AB|$.
15. Sestrojte obdélník $ABCD$, jsou-li dány obvod $o = 8\ cm$ a velikost úhlu úhlopříček $\varepsilon = 50°$. Malý
16. Je dán konvexní úhel $\measuredangle MVN$ a jeho vnitřní bod A. Veďte bodem A přímku p tak, aby na ramenech úhlu $\measuredangle MVN$ vytínala úseky, jejichž délky jsou v poměru $2 : 3$.
17. Do daného kosočtverce $ABCD$ vepište čtverec $KLMN$ tak, že $K \in AB, L \in BC, M \in CD, N \in DA$. Hamák
18. Je dán ostrý úhel $\measuredangle AVB$ a jeho vnitřní bod M. Sestrojte lomenou čáru MXY tak, aby bod X ležel na rameni VA, bod Y na rameni VB a aby platilo: $XY \perp VB, |XY| = 2|MX|$.
19. Kruhové výseči vepište obdélník, jehož rozměry jsou v poměru $3 : 2$.
20. Je dána kružnice $k(S, r)$ a bod M ležící uvnitř kružnice k. Sestrojte tětivu XY kružnice k, jež prochází bodem M a splňuje podmínku $|XM| : |YM| = 2 : 3$.

D) Osová afinita a středová kolineace

1. Jsou dány přímky p, q, na nichž leží dvojice sdružených průměrů elipsy, a její tečna t s bodem dotyku T. Pomocí osové afinity sestrojte elipsu. Zvolte tečnu jako osu afinity. Petrtýlová
2. Sestrojte elipsu, jsou-li dány dvě rovnoběžné tečny t_1, t_2 a dotykové body T_1, T_2 a bod M. Zvolte osu afinity MT_1.
3. Pomocí osové afinity sestrojte elipsu, je-li dána průměrem PQ a je dána její tečna t s bodem dotyku T. Svárovský
4. Elipsa je dána osami AB, CD. Pomocí osové afinity sestrojte tečny elipsy náležející danému směru s. Ikoda
5. Elipsa je dána neomezenými sdruženými průměry p, q a jsou dány dva obecné body elipsy. Sestrojte elipsu pomocí osové afinity. Klečál
6. Elipsa je dána neomezenými osami a tečnou t s dotykovým bodem T. Omezte osy. Užijte afinitu o ose t.
7. Elipsa je dána neomezenými sdruženými průměry a dvěma různými body M, N. Omezte dané sdružené průměry. Užijte afinitu o ose MN.
8. Sestrojte elipsu, která je dána středem S, tečnou t s dotykovým bodem T a bodem U. Volte osu afinity SU. Kafatková
9. Sestrojte elipsu, která je dána středem S, tečnou t s dotykovým bodem T a tečnou u. Volte osu afinity ST. KUDRNÁČOVÁ
10. Sestrojte elipsu, která je dána středem S, tečnou t s dotykovým bodem T a tečnou u. Volte směr afinity směr tečny u. Smrčková
11. Elipsa e je dána sdruženými průměry MN, PQ. Pomocí osové afinity sestrojte průsečíky této elipsy s přímkou p, aniž byste elipsu rýsovali. Molinová

---

12. V kolineaci $K(S, o, u \leftrightarrow u'_\infty)$ je dán $\Delta ABC, A \in u$, sestrojte jeho kolineární obraz $A'B'C'$. $S[18; 57]$, $o(-16;-15)$, $u(30; 28)$, $A[30; 0]$, $B[-60; 31]$, $C[8;-16]$.
13. V kolineaci $K(S, o, A \leftrightarrow A')$ sestrojte k danému čtverci $ABCD$, kde strany čtverce AB a AD protíná úběžnice, jeho kolineární obraz. Rajtrová
14. V kolineaci $K(S, o, u' \leftrightarrow u_\infty)$ sestrojte k danému čtverci $ABCD$, kde strany čtverce AB a CD protíná úběžnice, jeho kolineární obraz. Paběčka
15. Sestrojte kuželosečku, jsou-li dány její dvě tečny a, b s dotykovými body A, B a další bod C. Střed kolineace S zvolte v průsečíku tečen. Zajíc
16. Sestrojte kuželosečku, jsou-li dány její dvě tečny a, b s dotykovými body A, B a další bod C. Osou kolineace je spojnice bodů A, C. Malý
17. Sestrojte parabolu, jsou- li dány dva její body A, B a tečny c, d. Střed kolineace S zvolte v průsečíku tečen c, d. Hamák
18. Sestrojte parabolu, jsou- li dány dva její body A, B a tečny c, d. Osa kolineace je přímka AB a k' prochází body A, B. Uršáč
19. Pomocí středové kolineace sestrojte hyperbolu, je-li dána její asymptota m a tři body A, B, C.
20. Pomocí středové kolineace sestrojte rovnoosou hyperbolu, je-li dán směr M_∞ jedné asymptoty, tečna t s dotykovým bodem T a bod A.