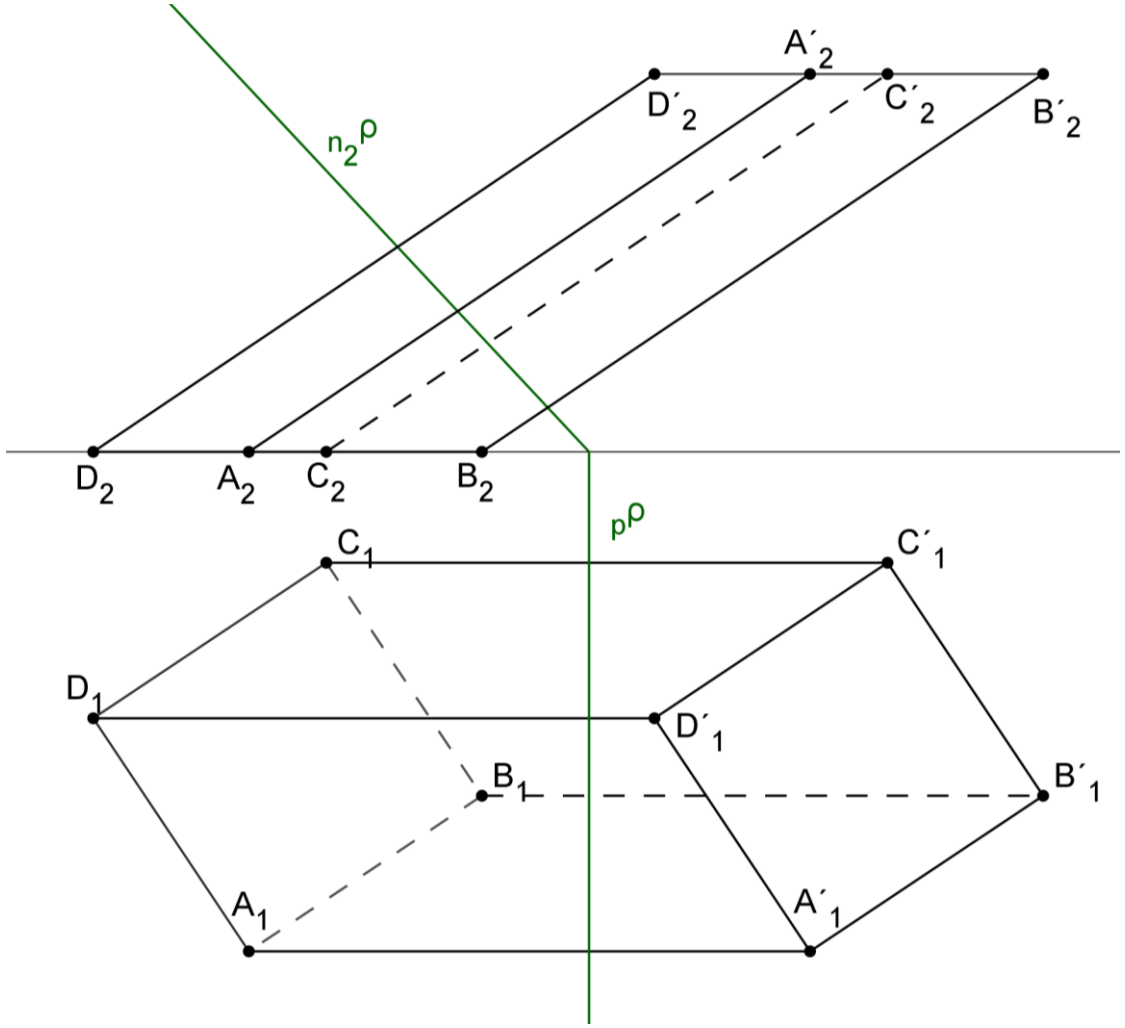
ŘEZY TĚLES

ŘEZY V MONGEOVĚ PROMÍTÁNÍ

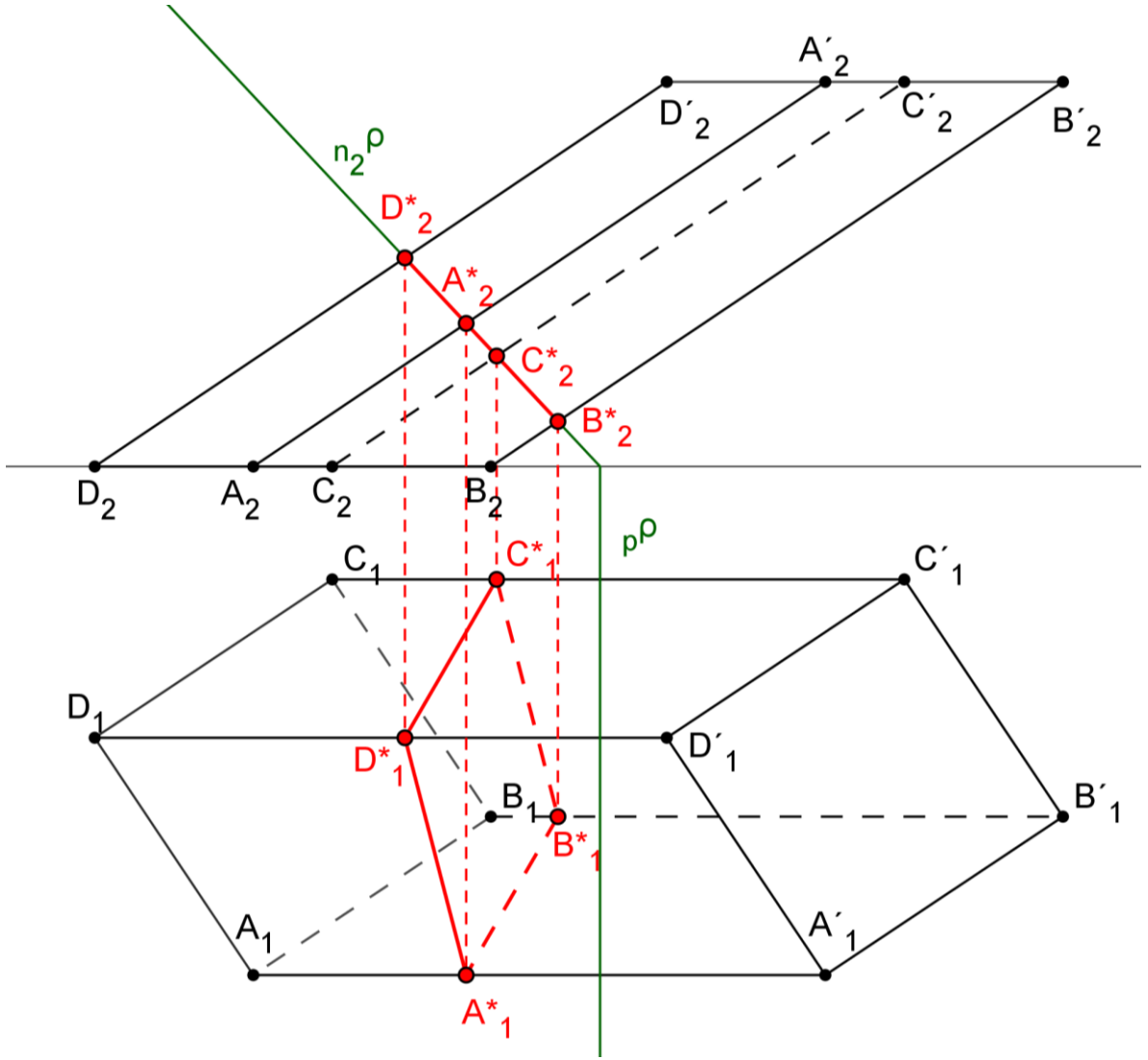
ROVINNÝ ŘEZ HRANOLŮ A JEHLANŮ

1. **Řez promítací rovinou (rovinou kolmou k průmětně)**

Příklad: Určete řez čtyřbokého kosého hranolu rovinou ρ.

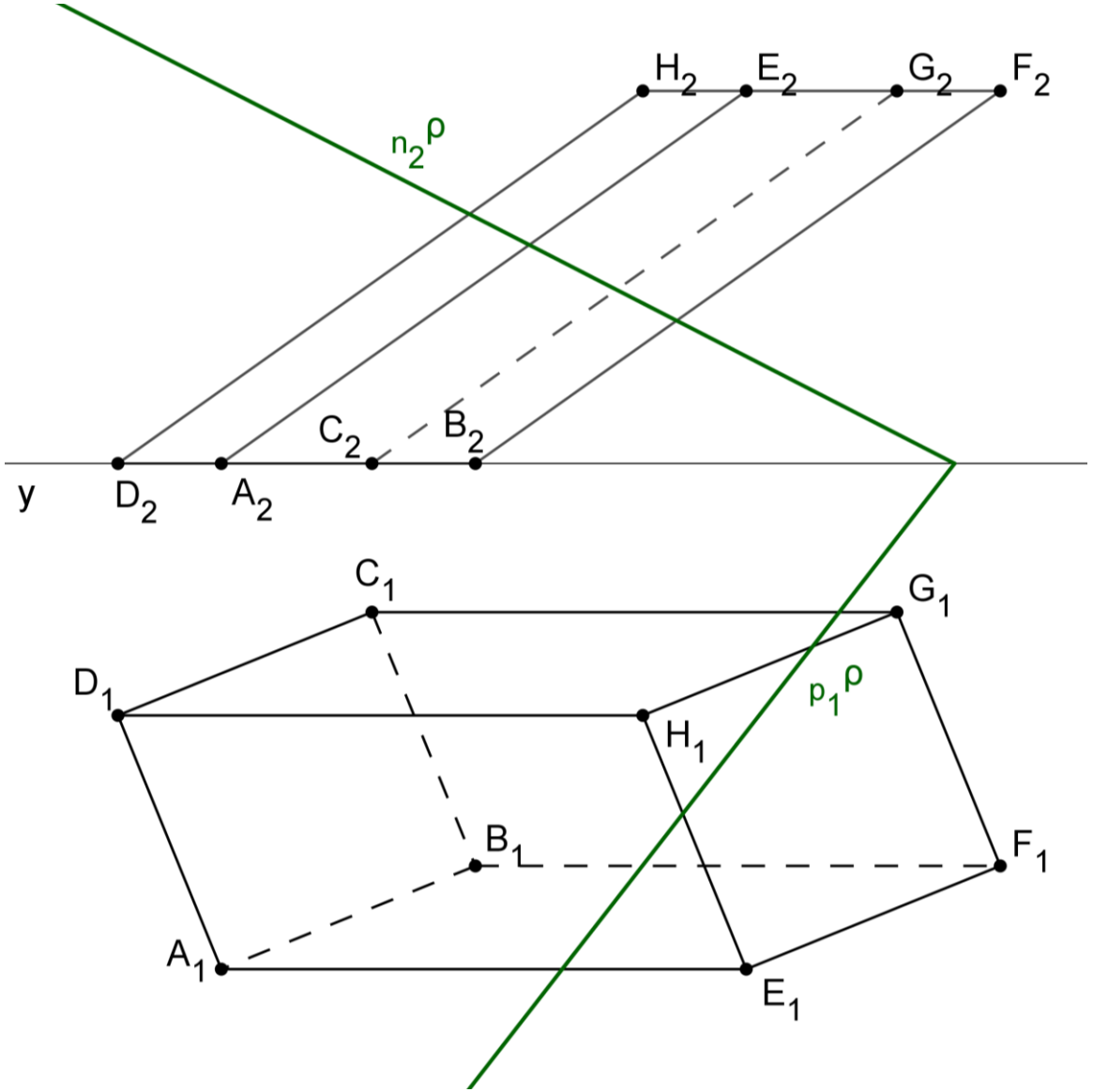


Pokud je rovina nárysně promítací, pak nárysem řezu je úsečka (průnik nárysné stopy roviny řezu a nárysu tělesa). Průsečíky nárysu řezu a hran tělesa jsou body řezu na hranách tělesa. Půdorysy těchto bodů určíme pomocí ordinál.



2. Řez obecnou rovinou

Příklad: Zobrazte řez kosého čtyřbokého hranolu $ABCDEFGH$ s podstavou $ABCD$ v půdorysně rovinou ρ.



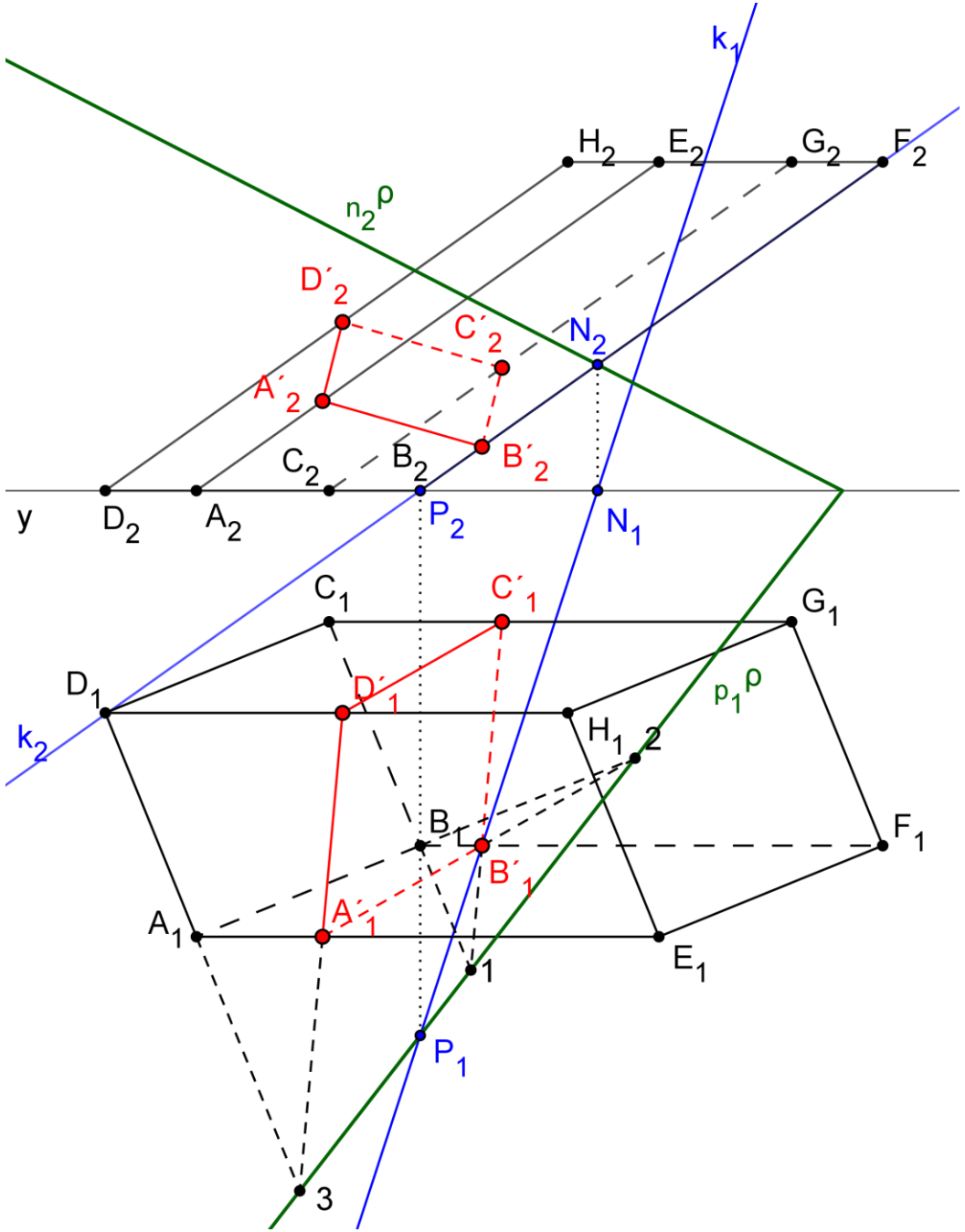
1. Určíme průsečík libovolné hrany s rovinou, např. $B' = BF \cap \rho$ (pomocí krycí přímky)

2. Užitím osové afinity s osou afinity p_1^ρ a směrem afinity určeným hranami hranolu sestrojíme body řezu na ostatních hranách.

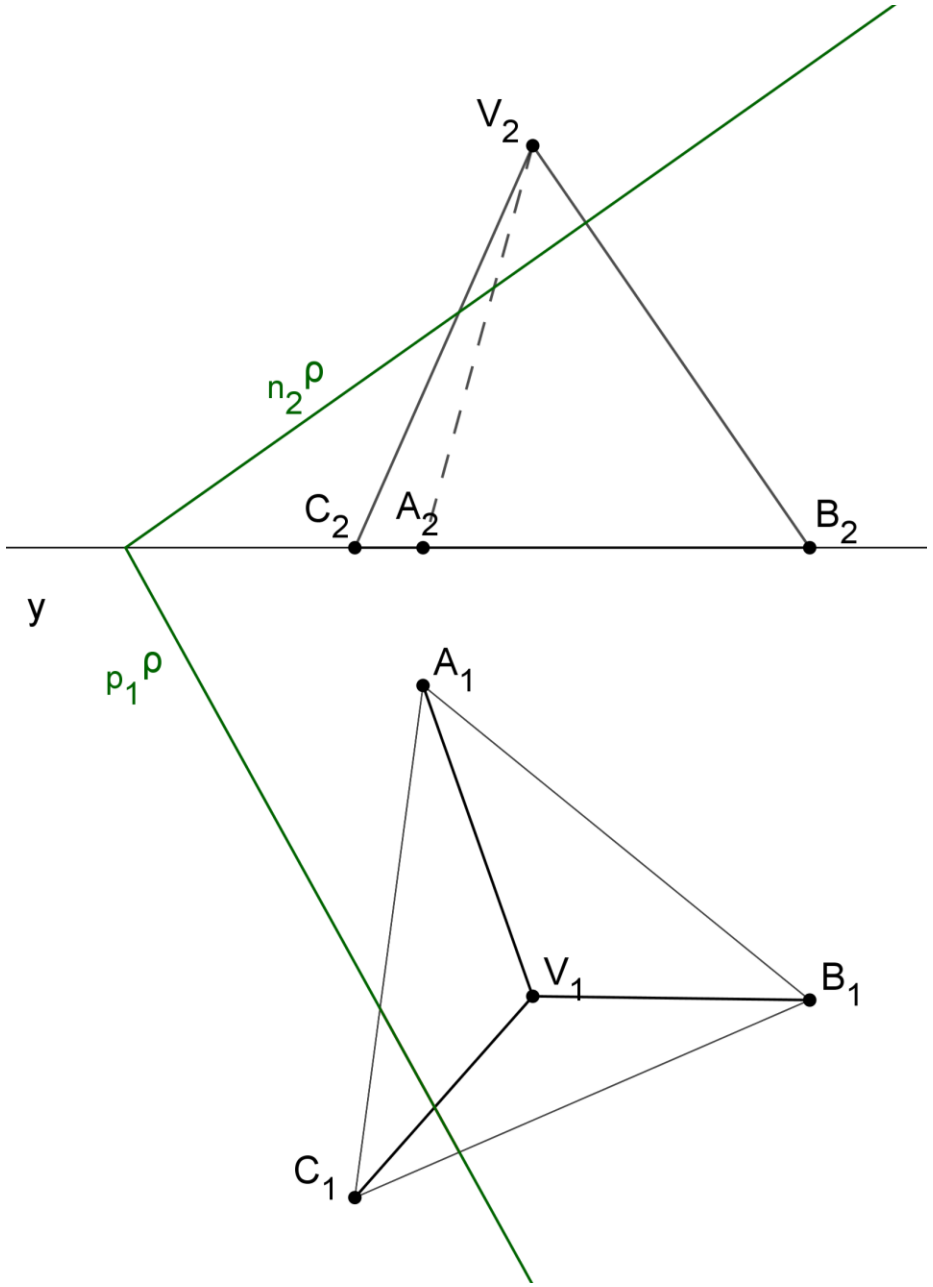
3. $C_1B_1 \cap p_1^\rho = 1 \rightarrow C'_1 = 1B'_1 \cap C_1G_1$, obdobně určíme A'_1, D'_1

4. Nárysy bodů řezu na hranách určíme pomocí ordinál.

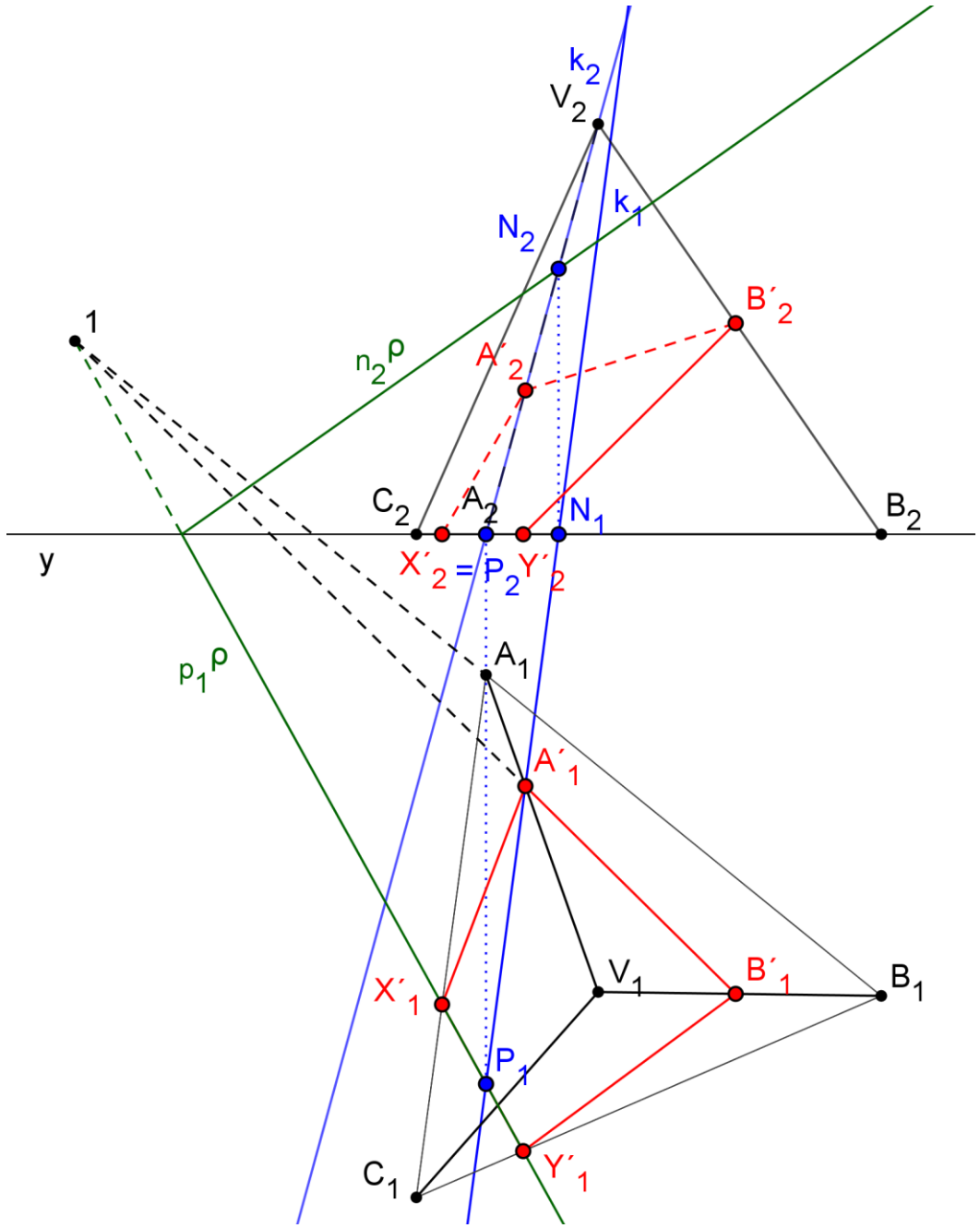
U řezů dbáme také na jejich viditelnost. Část řezu ležící v neviditelné stěně je rovněž neviditelná.



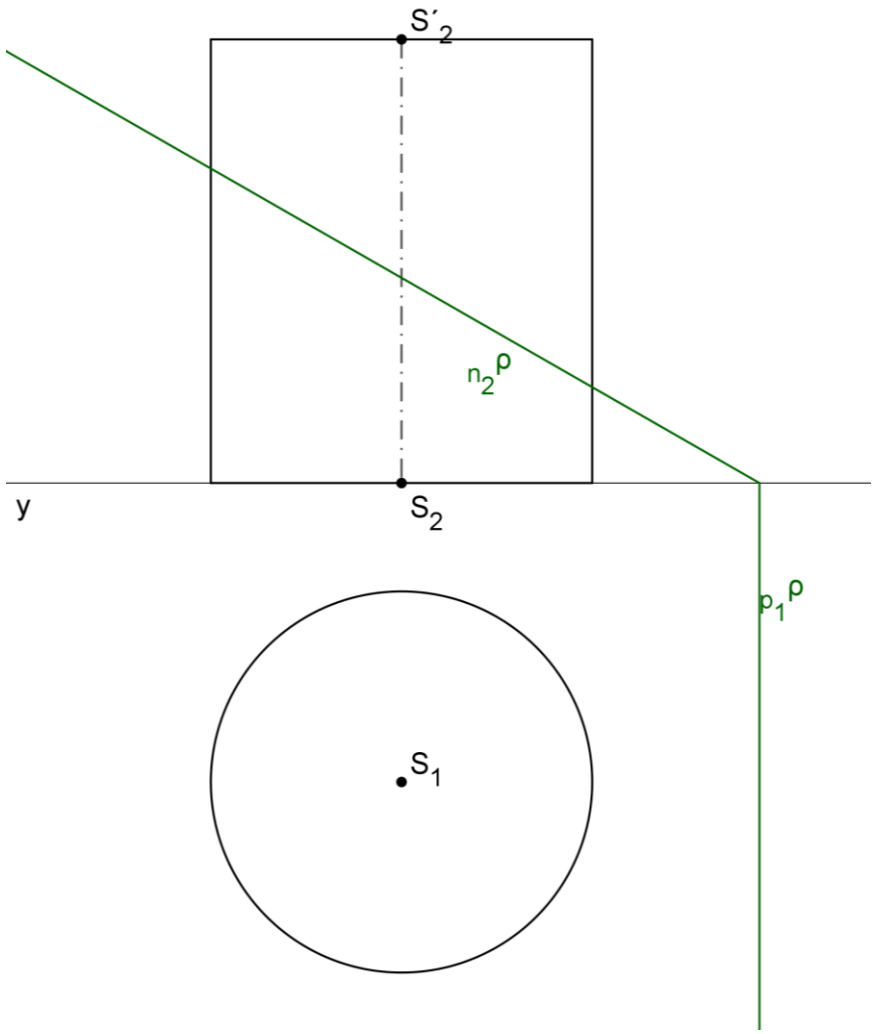
Příklad: Určete řez trojbokého jehlanu $ABCV$ s podstavou v půdorysně rovinou ρ.



1. Určíme průsečík některé hrany s rovinou řezu např. $AV \cap \rho = A'$
2. K určení dalších bodů řezu použijeme středovou kolineaci se středem ve vrcholu jehlanu V a osou kolineace p_1^ρ. Osa kolineace protíná podstavu v úsečce $X'Y'$ - část řezu v podstavě.
3. Určíme další bod řezu B´: $A_1B_1 \cap p_1^\rho = 1 \rightarrow 1A'_1 \cap B_1V_1 = B'_1$
4. Nárysy bodů řezu určíme pomocí ordinál.
5. Řez včetně viditelnosti.

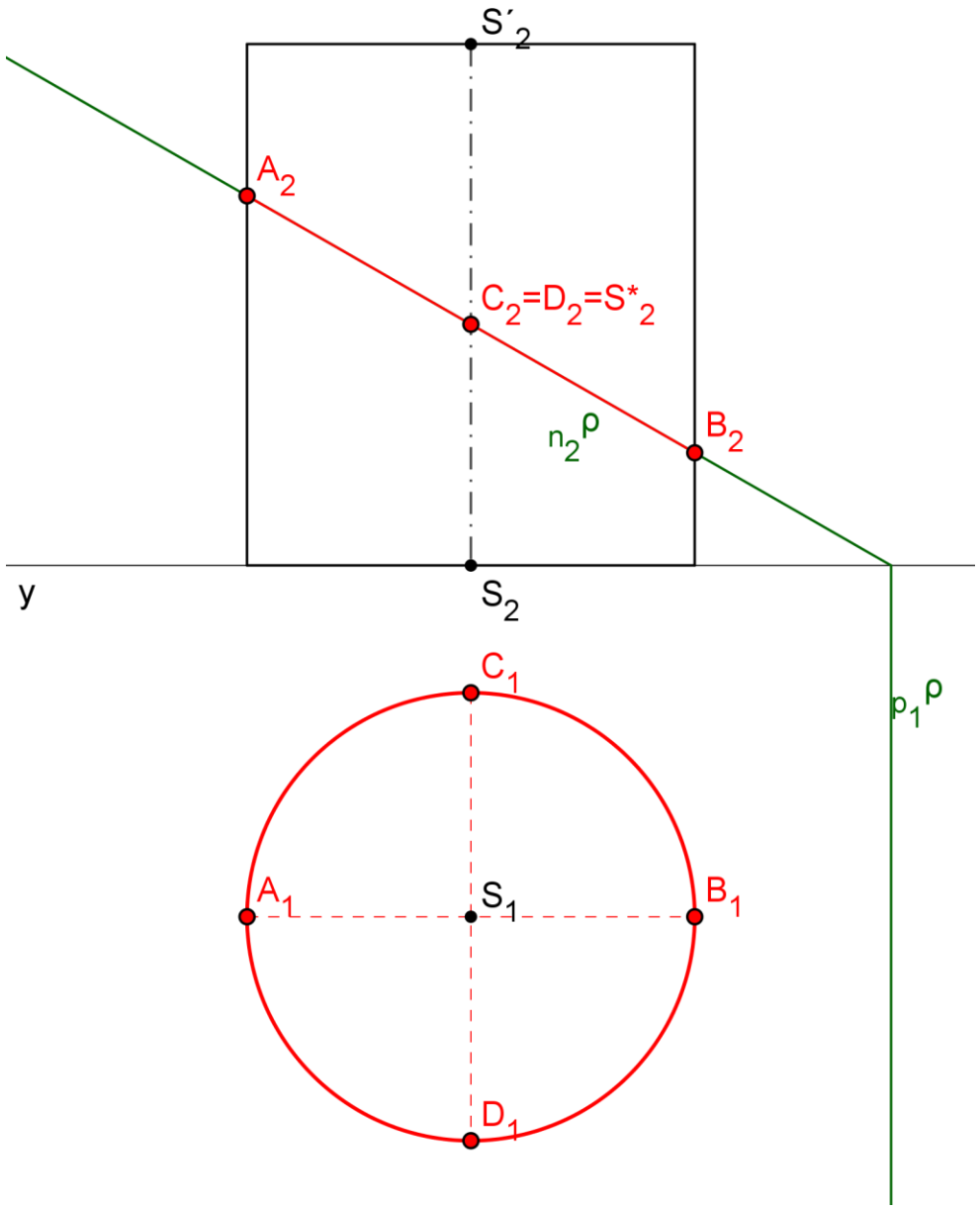


Příklad: Zobrazte řez rotačního válce s podstavou v půdorysně rovinou kolmou k nárysně.

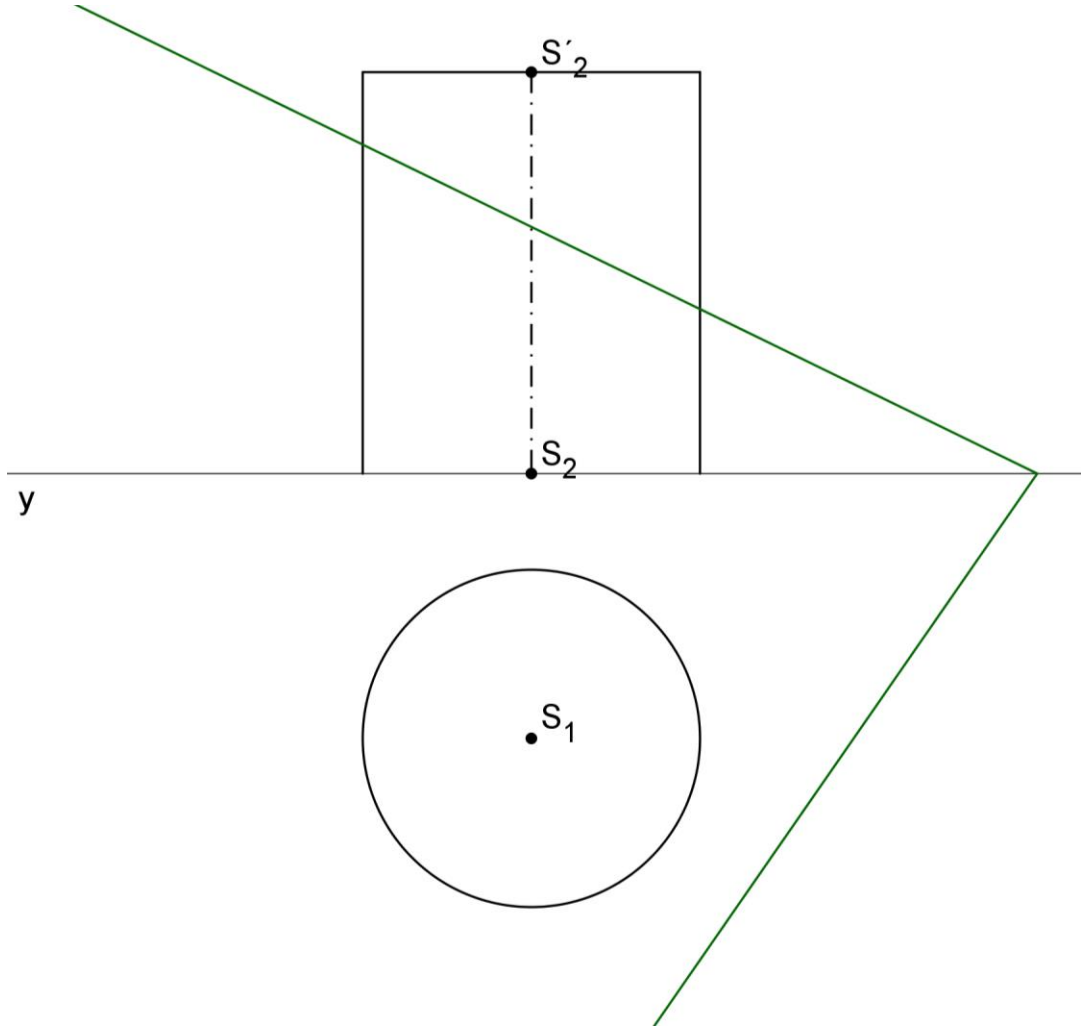


1) rovina řezu je kolmá na nárysnu, proto nárysem řezu je úsečka

2) rotační válec má površky kolmé na půdorysnu, proto je půdorysem řezu kružnice



Příklad: Zobrazte řez rotačního válce s podstavou v půdorysně obecně danou rovinou.

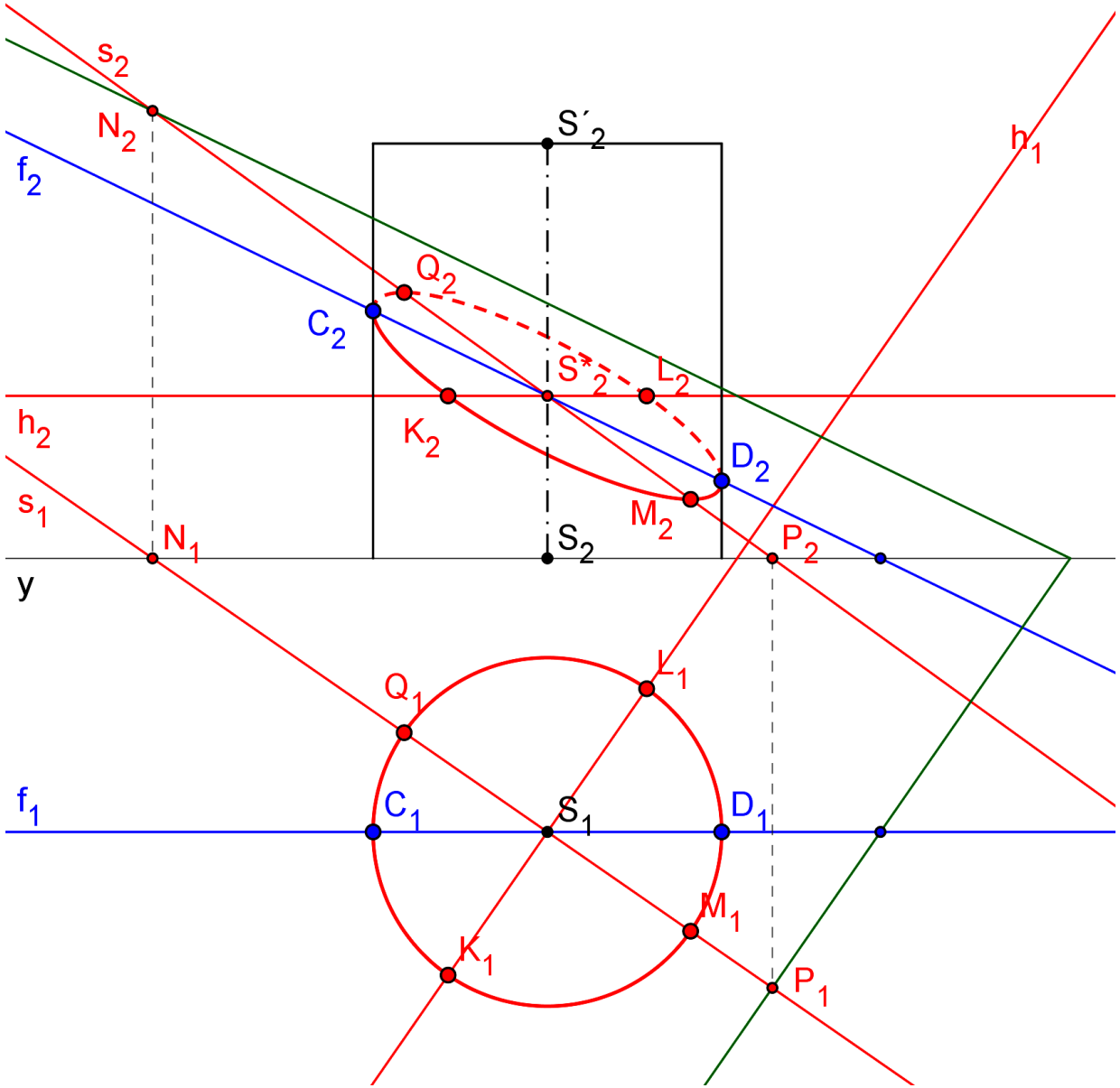


1. Půdorysem řezu je kružnice, nárysem elipsa.

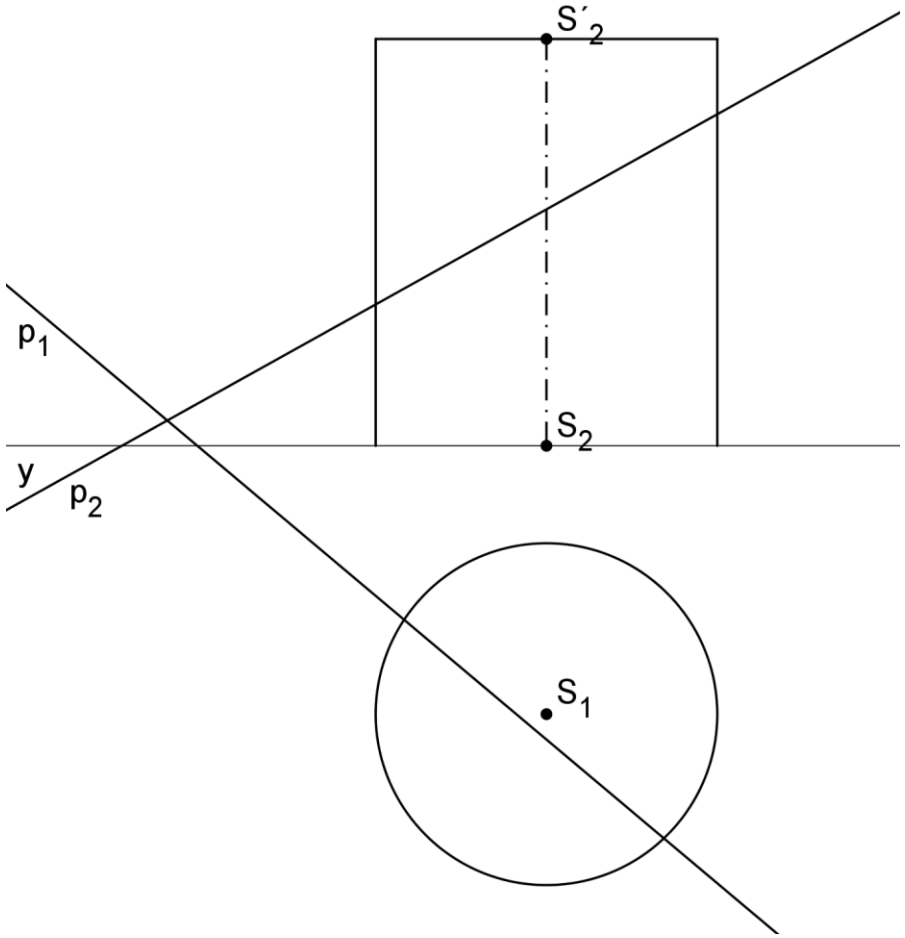
2. Na kružnici podstavy zvolíme dva sdružené průměry. Jeden na přímce $s = MQ$ (spádová přímka 1. řádu) kolmé k půdorysné stopě a druhý na přímce $h = KL$ (horizontální hlavní přímka) rovnoběžné se stopou.

3. Určíme nárysy těchto přímek a na nich nárysy bodů řezu. Úsečky K_2L_2, M_2Q_2 jsou sdruženými průměry elipsy řezu v nárysu. Použitím Rytzovy konstrukce sestrojíme řez v nárysu.

4. Body C, D ležící na frontální hlavní přímce f procházející středem řezu, jsou body řezu, ve kterých se mění viditelnost řezu v náryse.



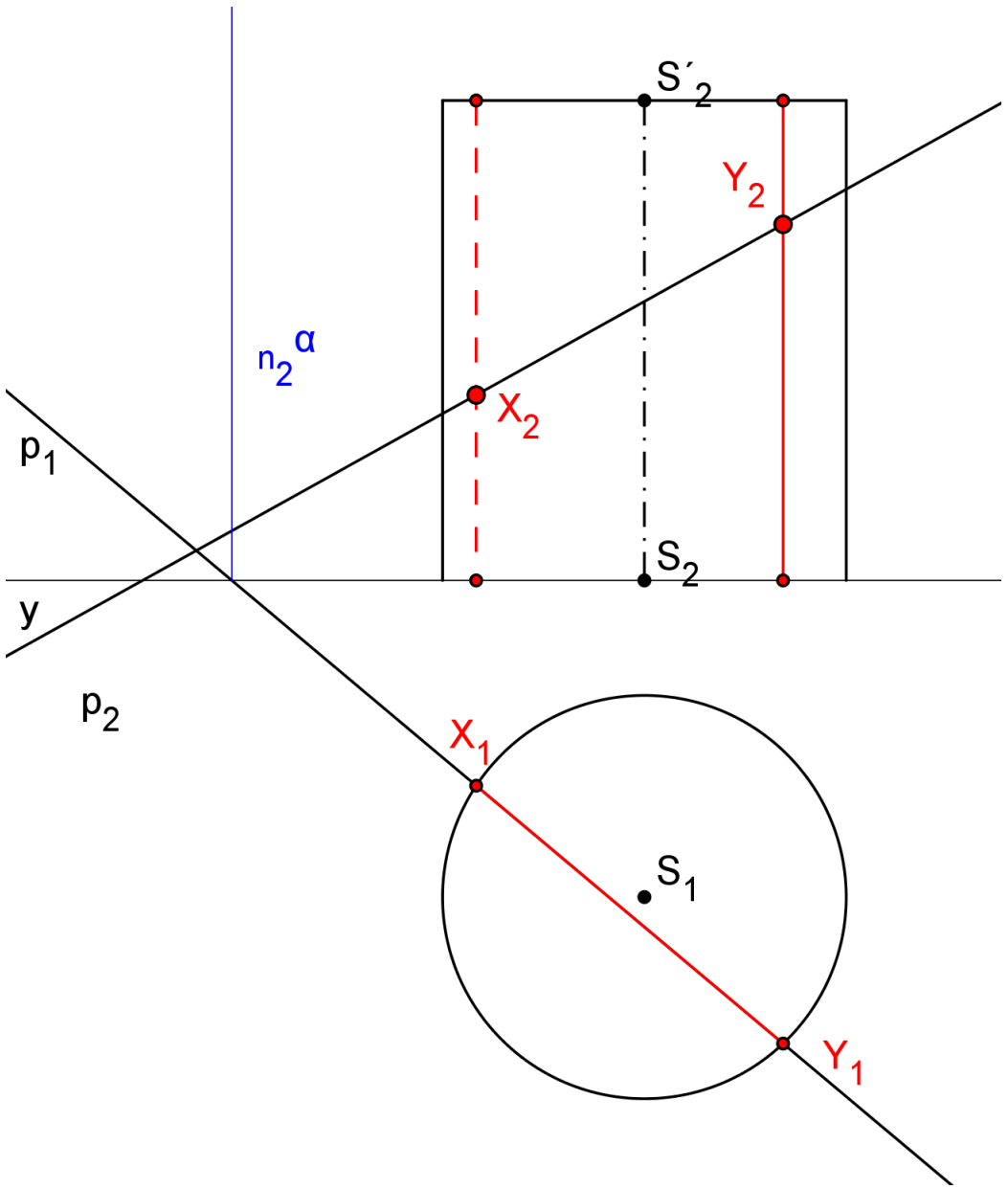
Příklad: Zobrazte průsečíky přímky p s povrchem rotačního válce s podstavou v půdorysně.



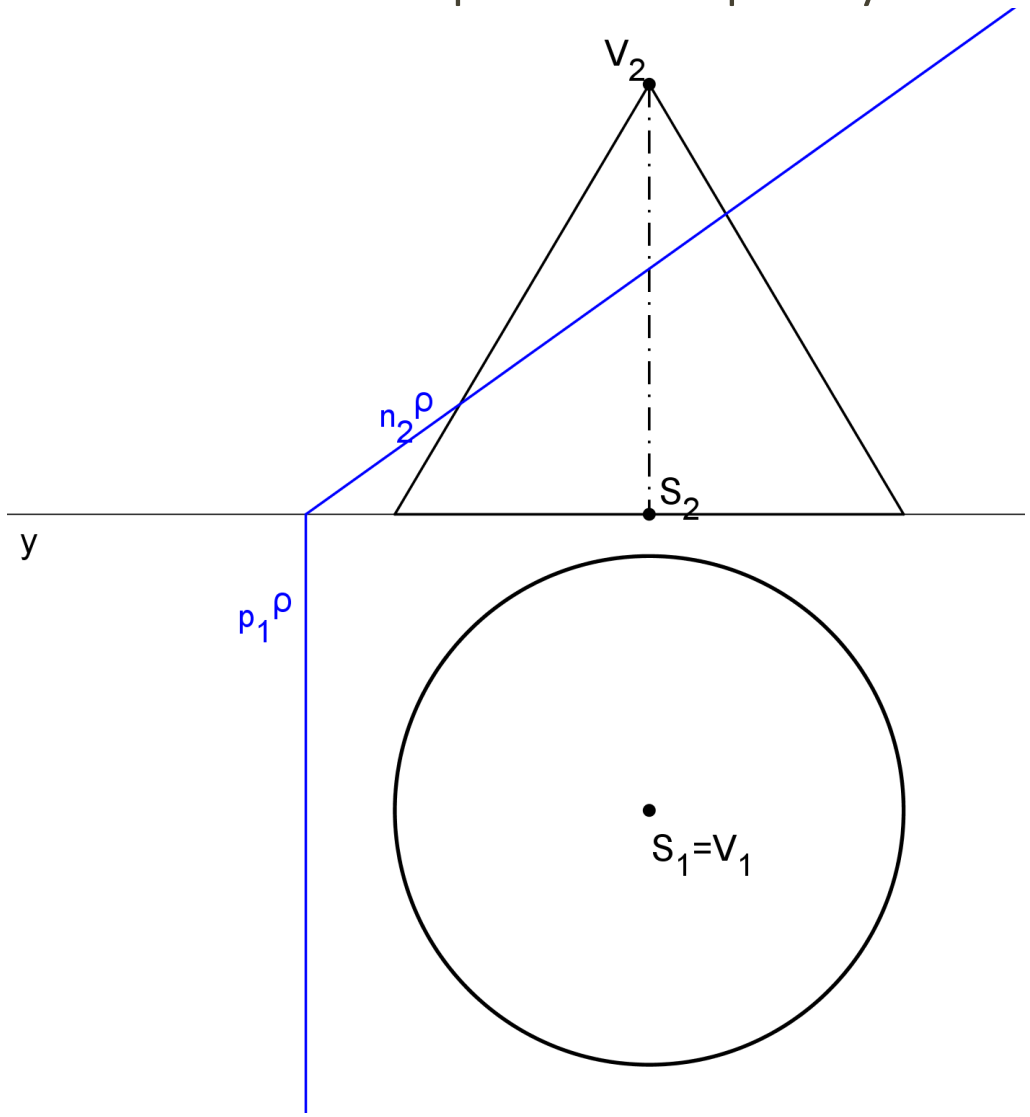
1. Přímkou p vedeme vrcholovou rovinu válce, tzn. rovinu, která je rovnoběžná s osou válce. V tomto případě je rovina kolmá na půdorysnu. Její půdorysná stopa splývá s půdorysem přímky.

2. Průnik půdorysné stopy a podstavy válce je část řezu válce vrcholovou rovinou. Řezem je obdélník jehož dvě strany jsou rovnoběžné s osou válce.

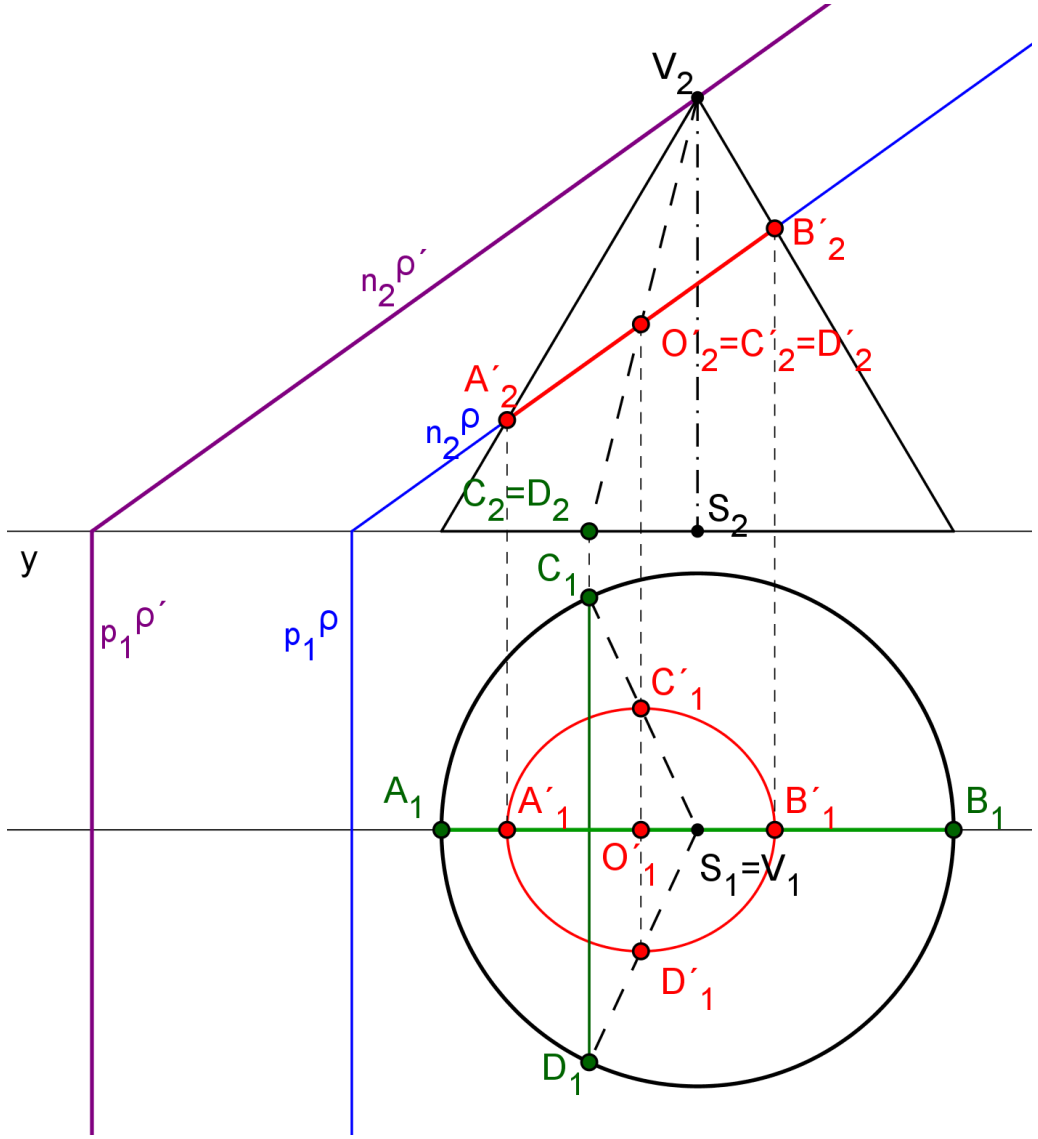
3. Průsečíky X, Y řezu s přímkou jsou průsečíky přímky s válcem.



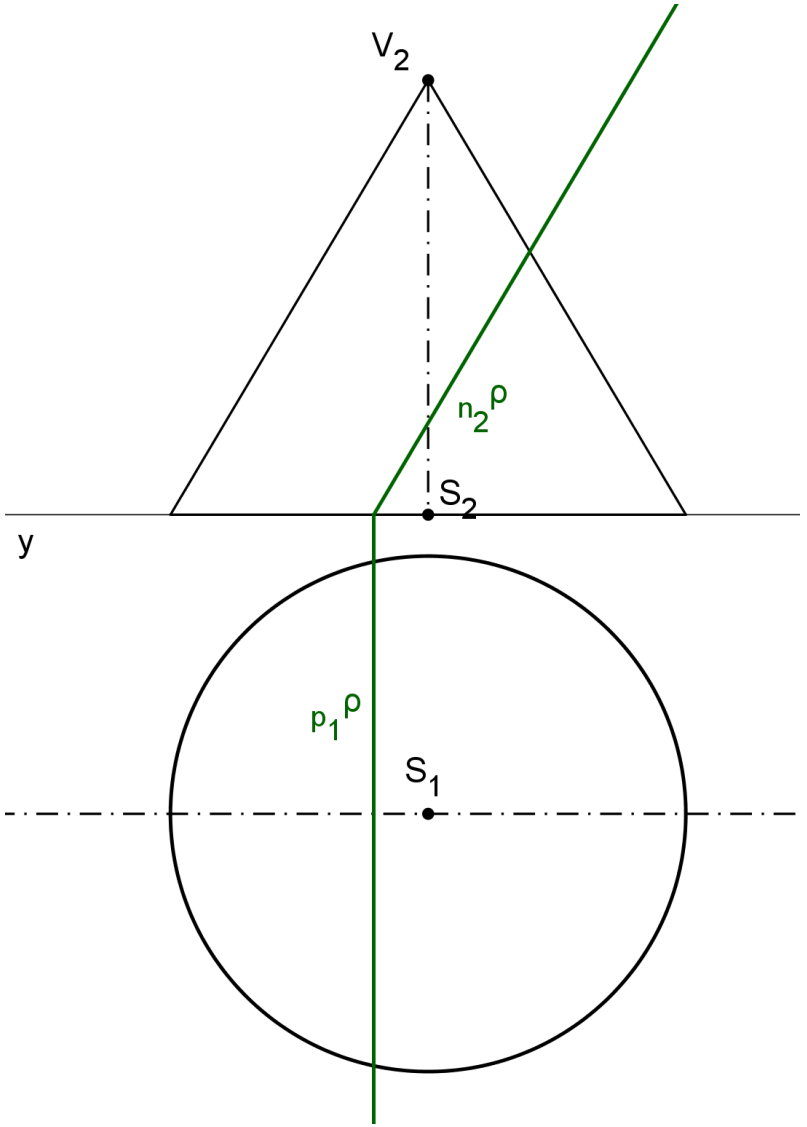
Příklad: Zobrazte v MP řez rotačního kužele s podstavou v půdorysně rovinou kolmou k nárysně.



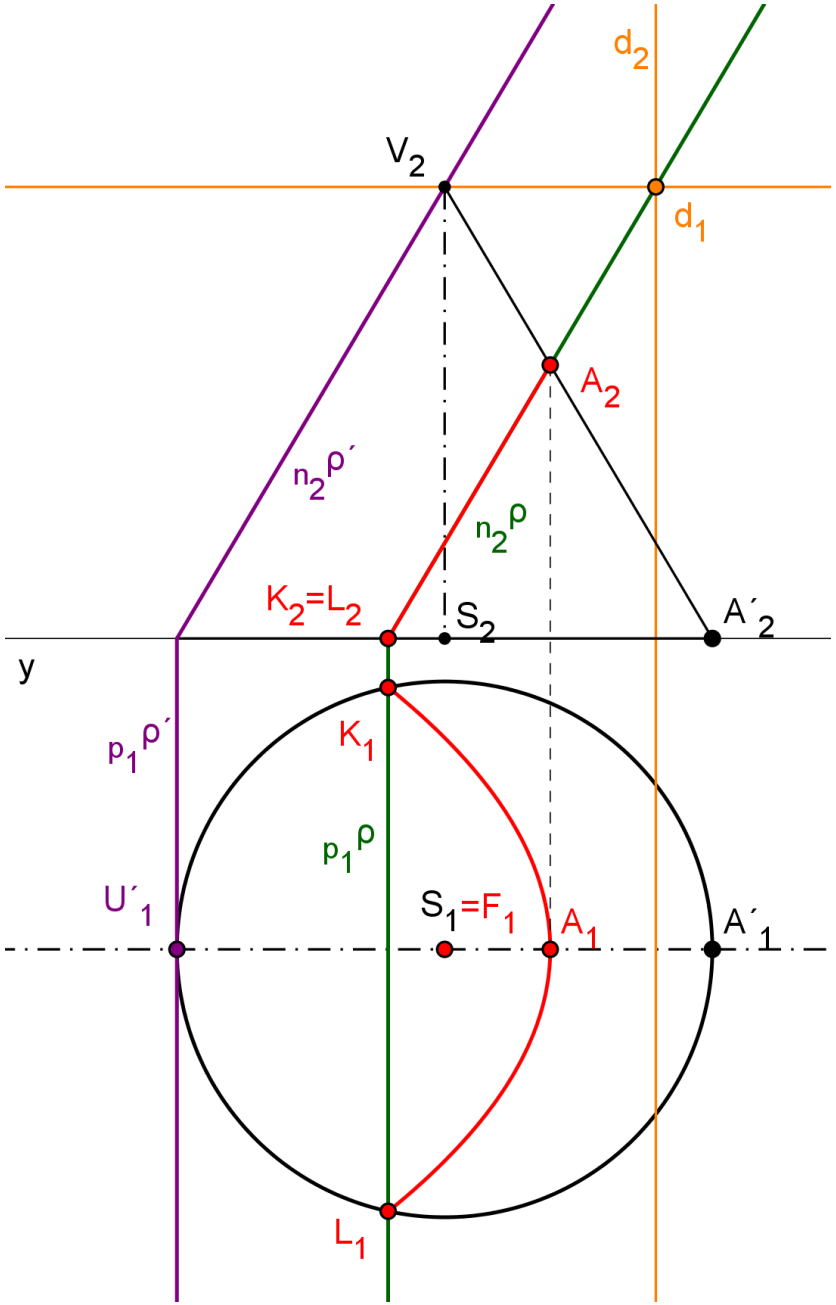
1. Užíváme středovou kolineaci se středem ve vrcholu kužele a osou je půdorysná stopa roviny.
2. K určení typu řezu sestrojíme vrcholovou rovinu ρ' rovnoběžnou s rovinou ρ. Její půdorysná stopa je úběžnice kolineace. Tato stopa podstavu neprotíná, řezem je tedy elipsa.
3. Protože je rovina řezu kolmá na nárysnu, je nárysem řezu úsečka $A'_2B'_2$ – průnik nárysné stopy a nárysu kužele.
4. Půdorys řezu určíme pomocí hlavních a vedlejších vrcholů elipsy. Hlavní vrcholy jsou půdorysy A'_1, B'_1 na hlavní přímce procházející středem podstavy.
5. Střed elipsy řezu O' je střed úsečky $A'B'$.
6. Vedlejší vrcholy leží na kolmici k $A'B'$ ve středu elipsy O´. V náryse splývají C'_2, D'_2 s nárysem středu řezu. Půdorysy určíme pomocí kolineace. VC' protne kružnici podstavy v bodě C. Na přímce C_1V_1 a na kolmici V O'_1 leží vrchol C'_1. Bod D'_1 určíme obdobně.



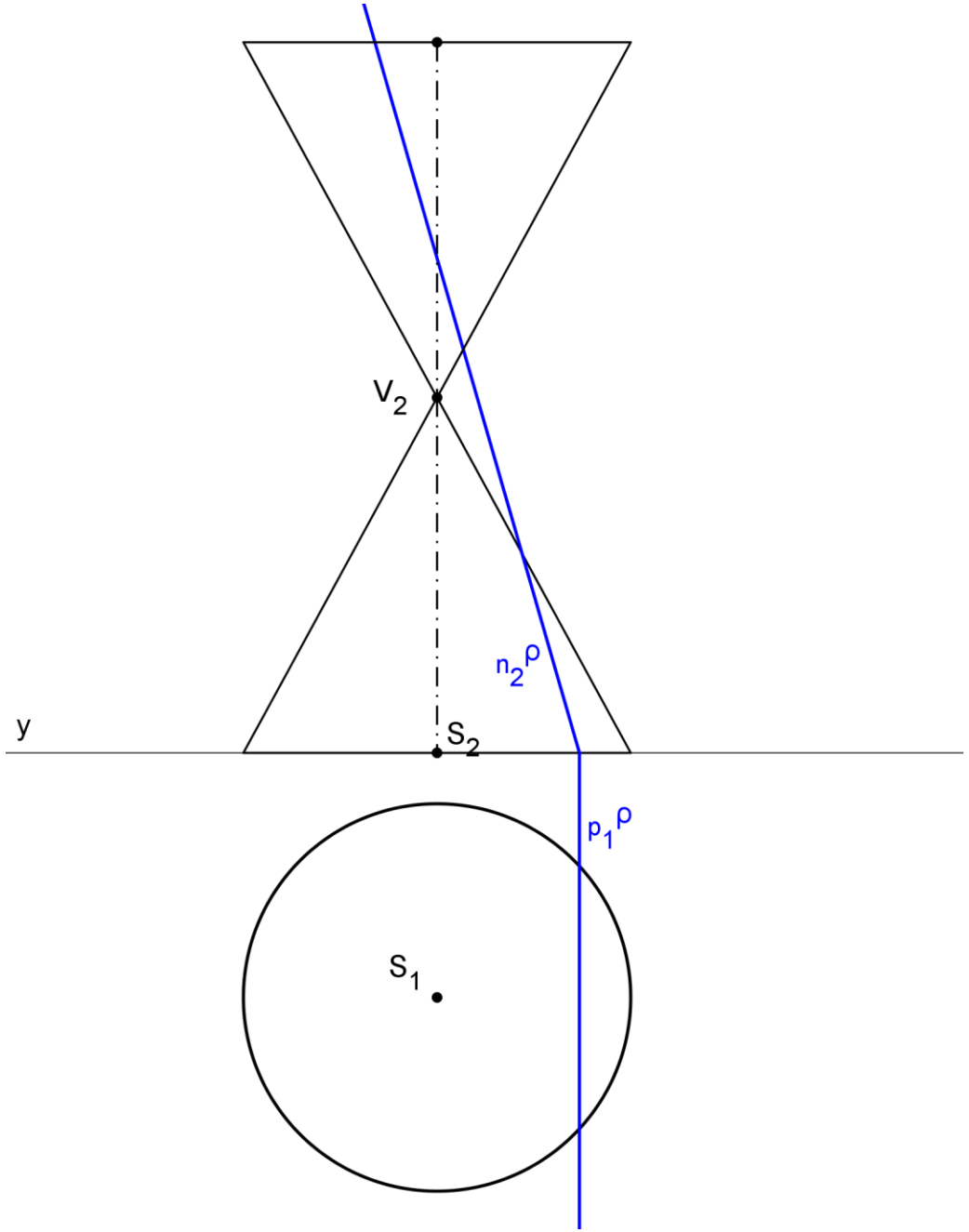
Příklad: Zobrazte řez rotačního kužele s podstavou v půdorysně rovinou kolmou k nárysně.



1. Sestrojením vrcholové roviny ρ' rovnoběžné s rovinou ρ, určíme, že řezem je parabola, protože půdorysná stopa roviny $p_1^{\rho'}$ (úběžnice kolineace) se dotýká podstavy kužele.
2. Protože rovina řezu je kolmá na nárysnu, je nárysem řezu úsečka. Jejím krajním bodem (na plášti kužele) je nárys vrcholu řezu A_2. Body K, L leží na podstavě.
3. Půdorys vrcholu paraboly leží na kolmici k půdorysné stopě procházející středem podstavy.
4. Ohnisko paraboly řezu je bod V_1 (pravoúhlý průmět vrcholu kužele do roviny kolmé k jeho ose … dodatek Quételet-Dandelinovy věty).
5. Řídící přímkou paraboly je průsečnice roviny řezu a roviny, která prochází vrcholem kužele rovnoběžně s půdorysnou. V nárysu se řídící přímka zobrazí jako bod d_2 a v půdorysu jako kolmice k y.



Příklad: Zobrazte řez rotačního dvojkužele rovinou kolmou k nárysně.



1. Sestrojíme rovinu ρ´ (vrcholová rovina) procházející vrcholem kuželů rovnoběžně s rovinou ρ. Její půdorysná stopa $p_1^{\rho'}$ protíná podstavu ve dvou bodech M', N' - řezem je tedy hyperbola. Přímky VM', VN' jsou směry asymptot. Mezi podstavou a řezem je kolineace, kde $p_1^{\rho'}$ je úběžnicí, p_1^{ρ} osa kolineace, vrchol V středem kolineace.

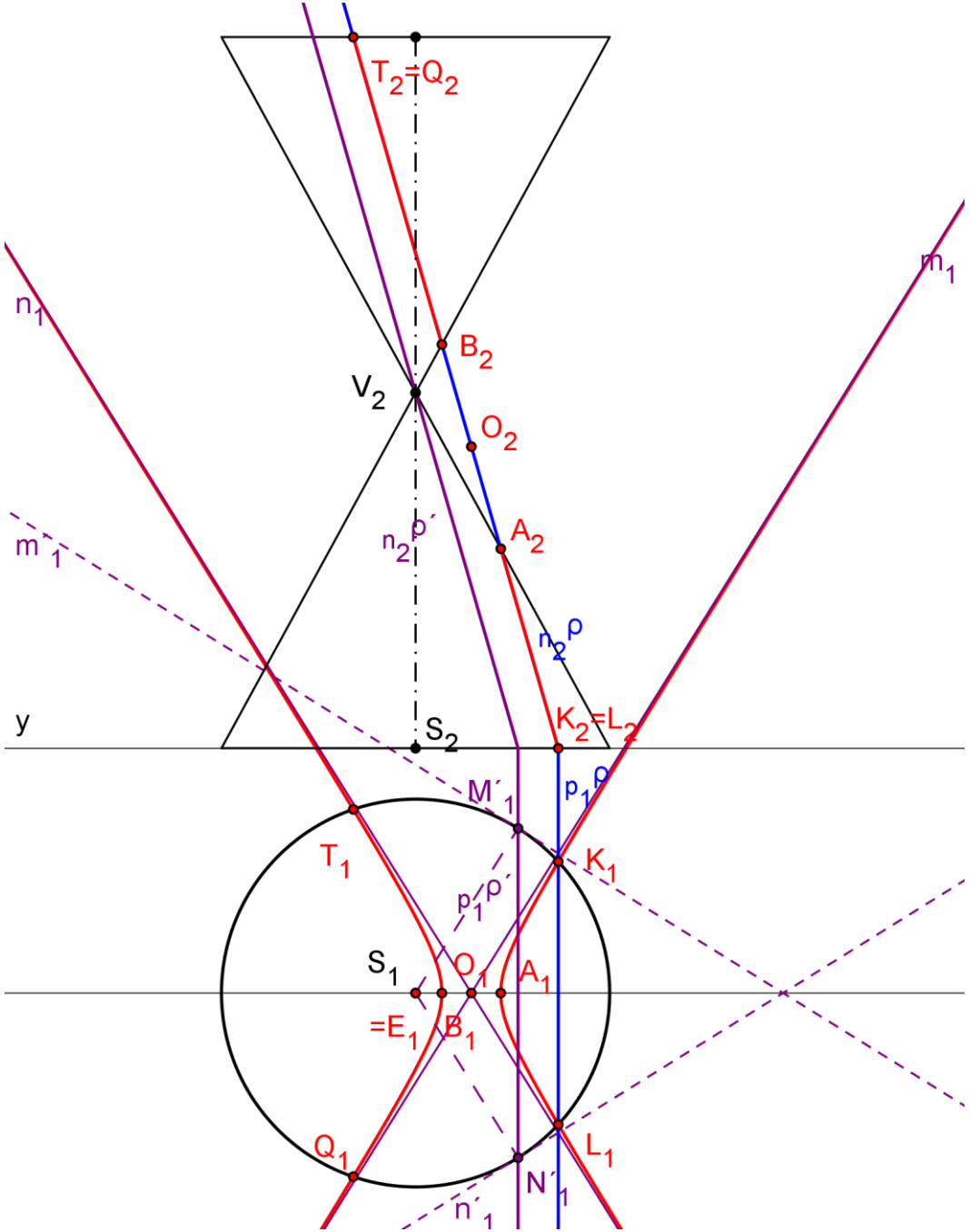
2. Rovina řezu je kolmá k nárysně. Řezem v nárysu jsou dvě úsečky. Body A, B jsou hlavní vrcholy hyperboly. A_1, B_1 na kolmici k p_1^{ρ}. Body K, L leží na dolní podstavě, body T, Q na horní.

3. O - střed úsečky AB, střed hyperboly

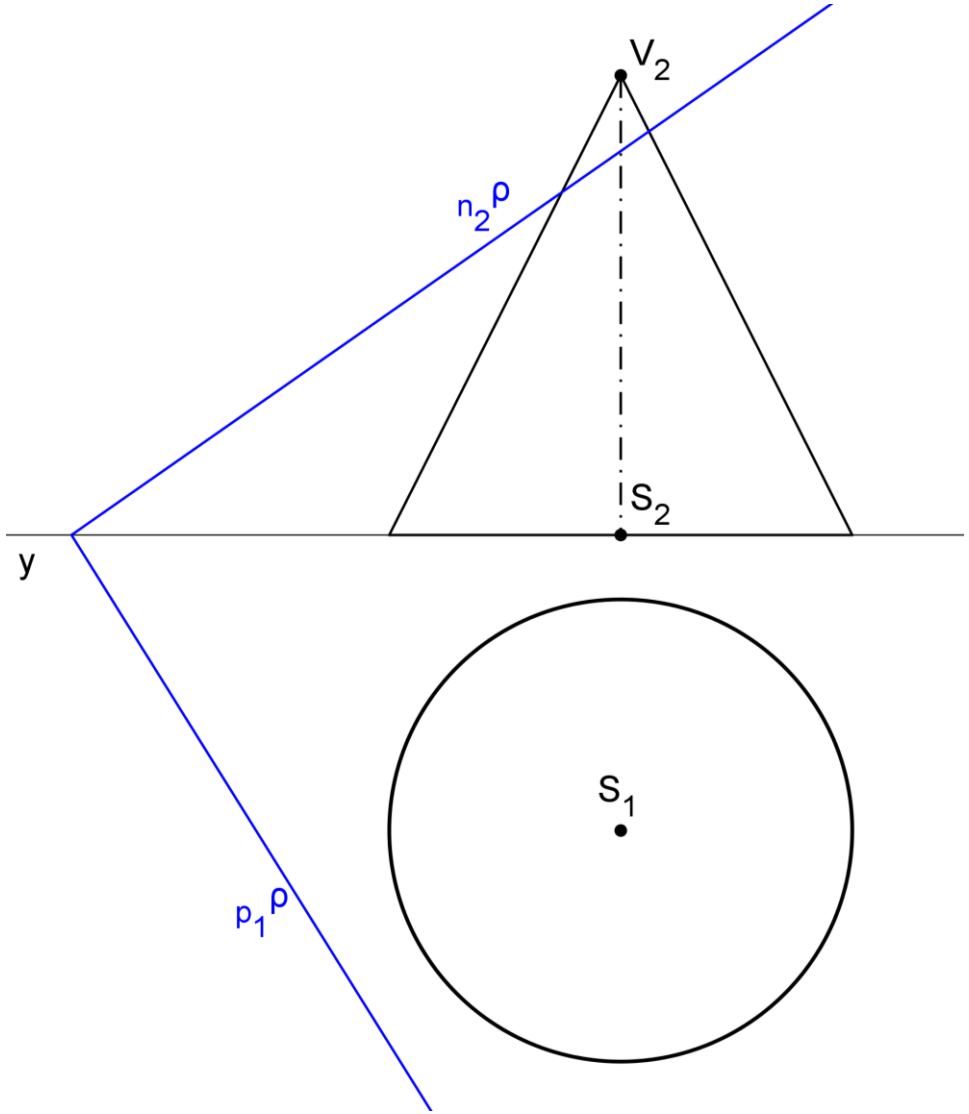
4. $m_1 \parallel V_1M'_1 \wedge O_1 \in m_1, n_1 \parallel V_1N'_1 \wedge O_1 \in n_1$ .... asymptoty hyperboly řezu

5. jedním ohniskem E_1 hyperboly v půdorysu je bod V_1

6. Hyperbolický řez.



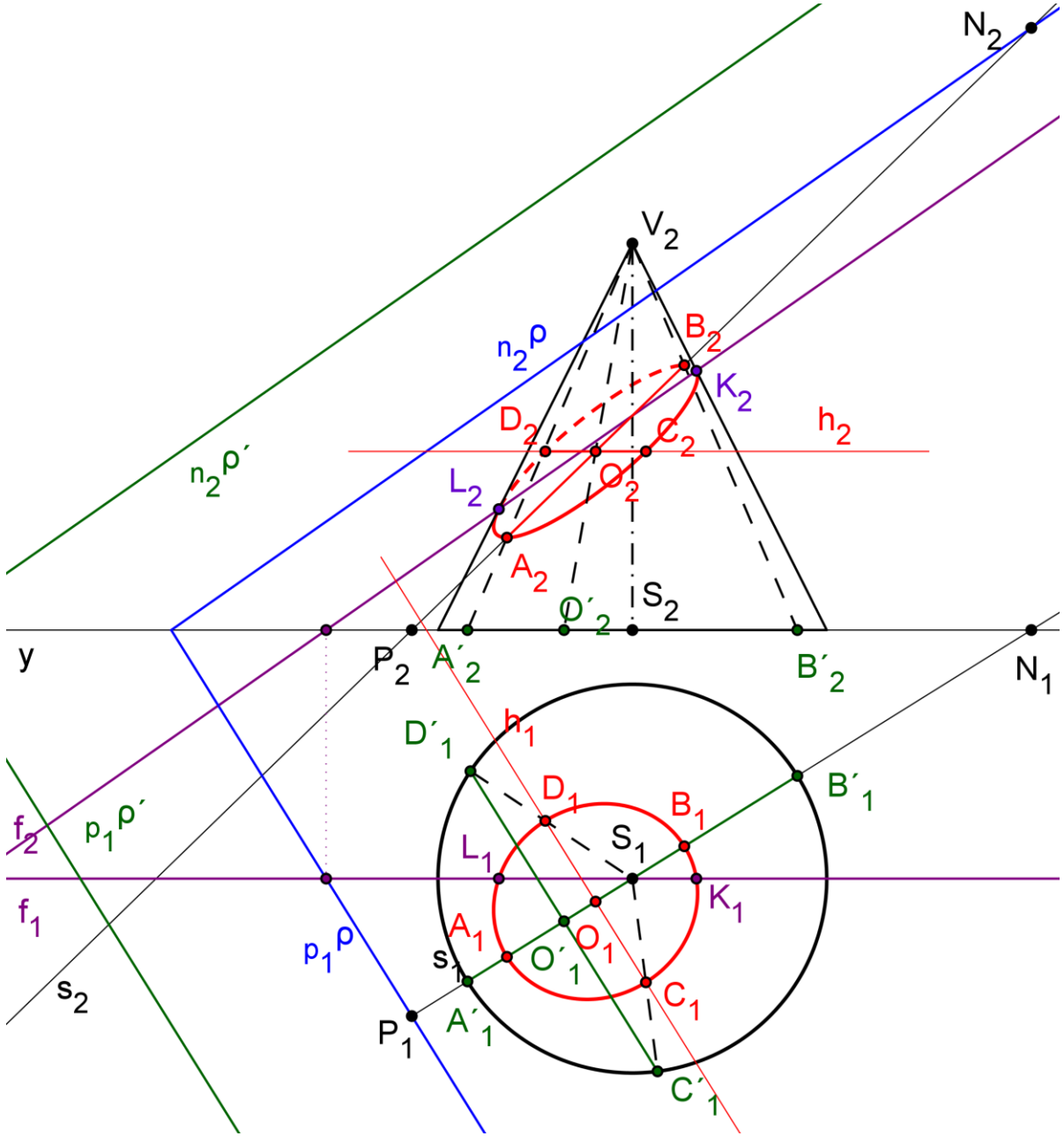
Příklad: Zobrazte v MP řez rotačního kužele s podstavou v půdorysně obecnou rovinou.



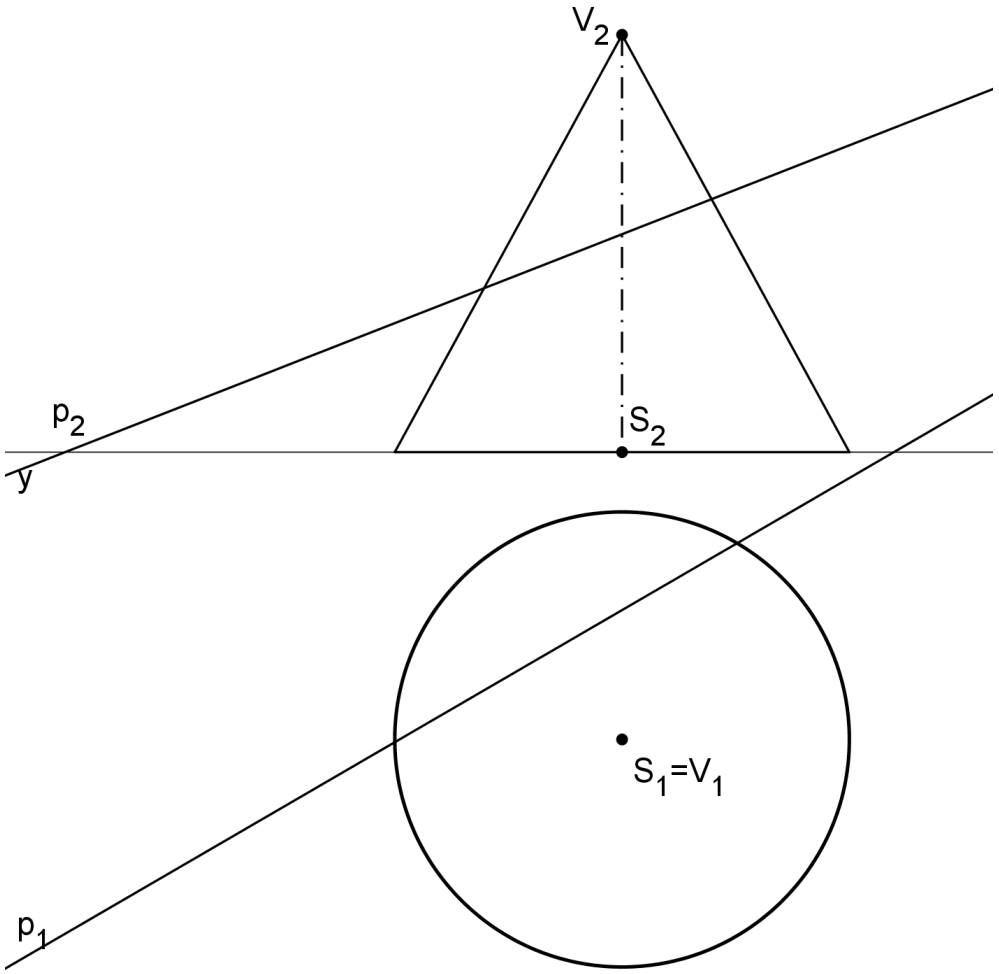
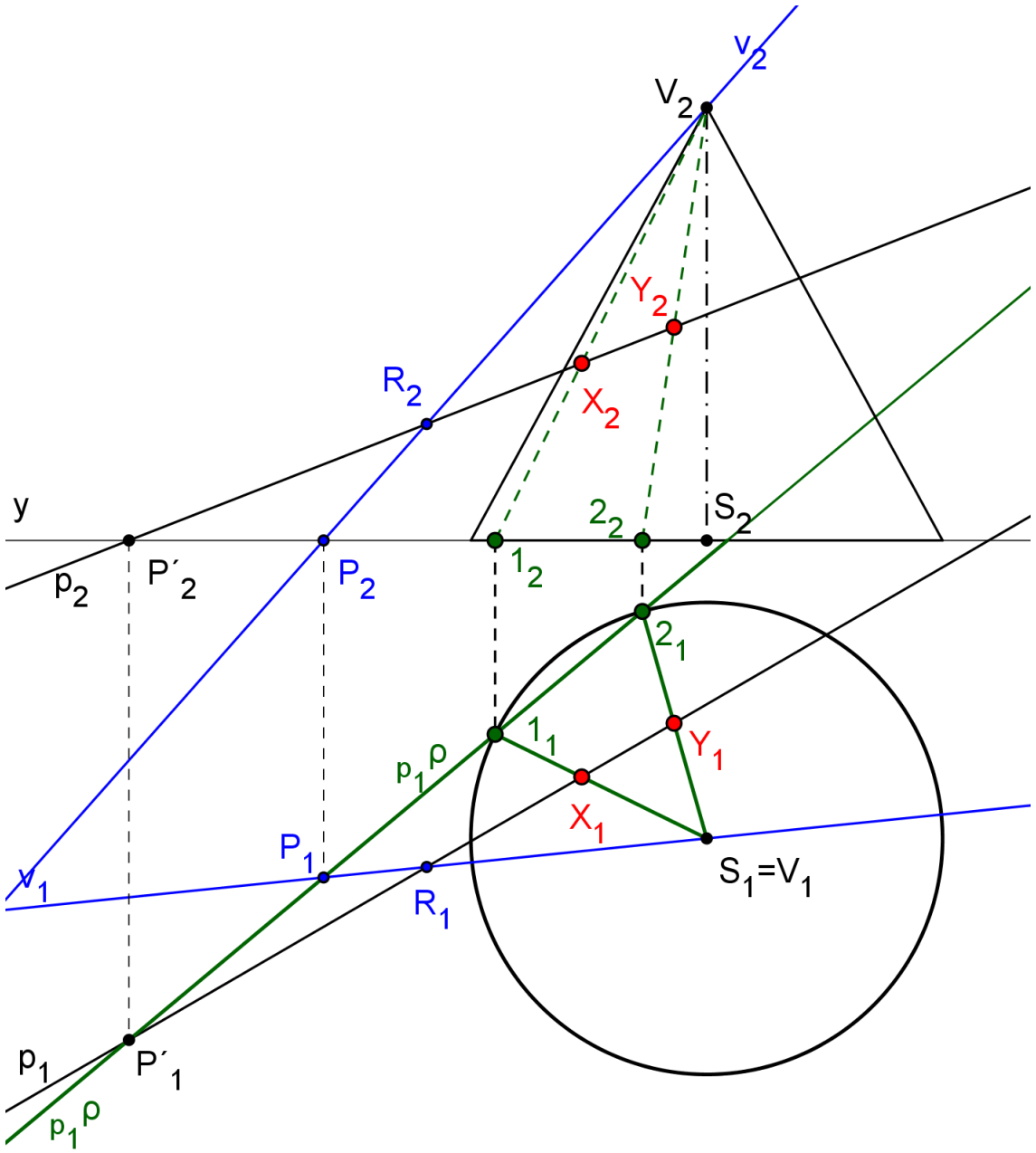
1. sestrojíme vrcholovou rovinu rovnoběžnou s rovinou ρ´, její půdorysná stopa neprotne podstavu kužele - řezem je elipsa
2. kolineace je určena osou (p_1^ρ), středem V_1 a úběžnicí (p_1^ρ)
3. středem S_1 vedeme spádovou přímku první osnovy s_1, na ní leží nejvyšší a nejnižší bod řezu - s_1 protne podstavu v bodech A'_1, B'_1, určíme jejich nárysy A'_2, B'_2

   $s_2 \cap A'_2V_2 = A_2, s_2 \cap B'_2V_2 = B_2$

   A_1, B_1 - hlavní vrcholy elipsy v půdoryse, A_2B_2 -průměr elipsy v náryse
4. O je střed AB a také elipsy řezu
5. $V_2O_2 \cap y = O_2, O'_1 \in s_1$
6. O'_1 vedeme rovnoběžku s p_1^ρ, ta protne podstavu v D'_1, C'_1 (body, kterým v kolineaci odpovídají vedlejší vrcholy elipsy v půdorysu)
7. $h_1 \parallel p_1^\rho \wedge O_1 \in p_1^\rho, h_2 \parallel y \wedge O_2 \in h_2$
8. $C_1 = h_1 \cap C'_1V_1, D_1 = h_1 \cap D'_1V_1$
9. C_2, D_2 leží na h_2 (C_2D_2, A_2B_2 jsou sdružené průměry elipsy v náryse)
10. body ve kterých se mění viditelnost řezu v náryse leží na frontální hlavní přímce procházející středem podstavy a také na hranici nárysu kužele
11. Eliptický řez



Příklad: Zobrazte v MP průsečíky přímky *p* s povrchem rotačního kužele s podstavou v půdorysně.



1. sestrojíme vrcholovou rovinu procházející přímkou p a vrcholem kužele V např. na přímce p zvolíme libovolný bod R a tímto bodem a vrcholem vedeme přímku v - vrcholová rovina $\rho = (p, v)$
2. Půdorysná stopa p_1^ρ protíná podstavu v bodech $1,2$; řezem kužele vrcholovou rovinou je trojúhelník $12V$.
3. Průsečíky X, Y přímky a kužele jsou průsečíky přímky s řezem vrcholovou rovinou.