Geometrie 2 B

CVIČENÍ

1. týden - stereometrie

Témata k diskusi a úlohy k řešení:

1. Jsou dány různoběžné roviny α a π, v rovině α je dán bod *A*. Uveďte postup pro otočení bodu *A* do roviny π.

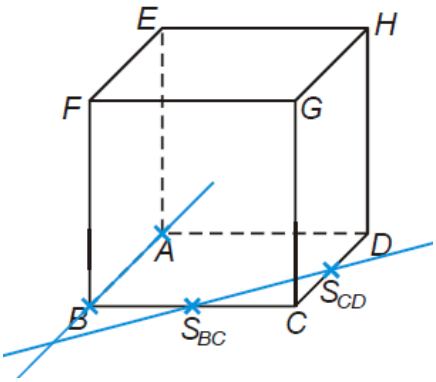
   Řešení:

   Bodem A vedeme rovinu kolmou k průsečnici rovin α, π. Je to rovina otáčení bodu A. Bod se otáčí po kružnici. Průsečík roviny otáčení a průsečnice je střed otáčení bodu. Poloměr otáčení je vzdálenost středu otáčení od bodu A.

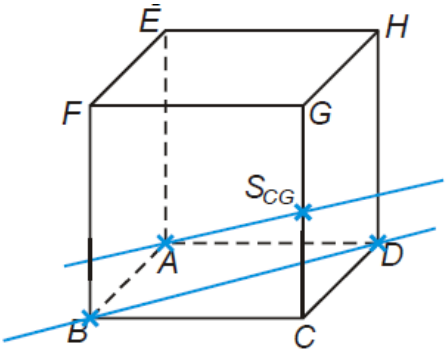
2. Popište, jak lze určit odchylku dvou rovin. (viz. přednáška)
3. Uveďte kritérium rovnoběžnosti přímky a roviny a kritérium rovnoběžnosti dvou rovin. (viz. přednáška)
4. Uveďte kritérium kolmosti přímky a roviny a kritérium kolmosti dvou rovin. (viz. přednáška)
5. Určete odchylku přímky *p* od roviny α, kde *p* není kolmá k rovině a není s rovinou rovnoběžná. (viz. přednáška)
6. Určete vzdálenost bodu *A* od roviny α. (viz. přednáška)
7. Určete vzdálenost bodu *B* od přímky p. (viz. přednáška)
8. Určete vzdálenost dvou rovnoběžných přímek *a* a *b*. (viz. přednáška)
9. Určete vzdálenost přímky p od roviny α, která je s touto přímkou rovnoběžná. (viz. přednáška)
10. Určete vzdálenost dvou mimoběžek *a*, *b*. (viz. přednáška)
11. Jsou dány dvě mimoběžky *a*, *b*. Sestrojte rovinu α, která je s přímkami *a*, *b* rovnoběžná.

    Řešení: Libovolným bodem v prostoru vedeme rovnoběžky *a´, b´* s mimoběžkami *a, b*. Tím získáme rovinu, která je určena různoběžkami *a´, b´* a je rovnoběžná s oběma mimoběžkami.

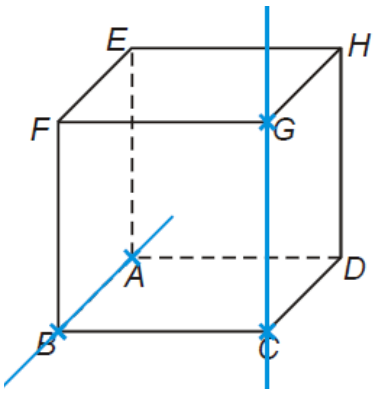
12. Těleso na obrázcích je krychle. Rozhodněte o vzájemné poloze přímek *p, q* (rovnoběžky, mimoběžky, různoběžky, totožné přímky).



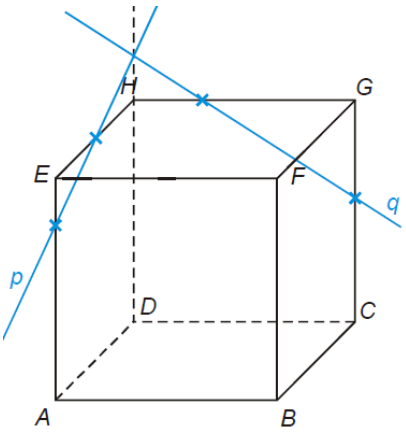
Různoběžky



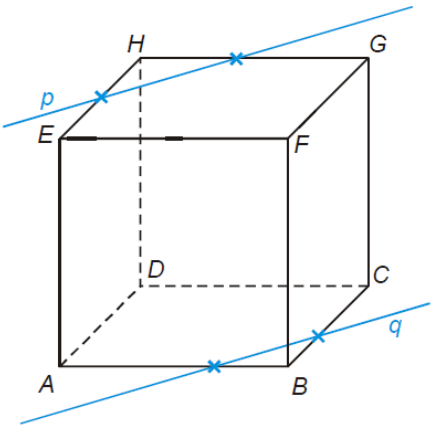
Mimoběžky



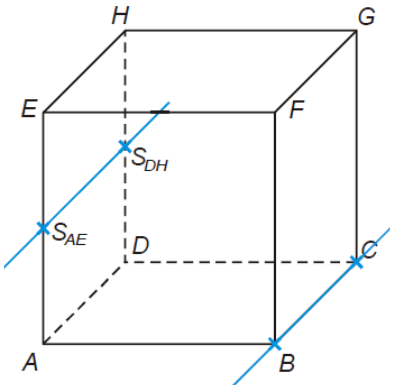
Mimoběžky



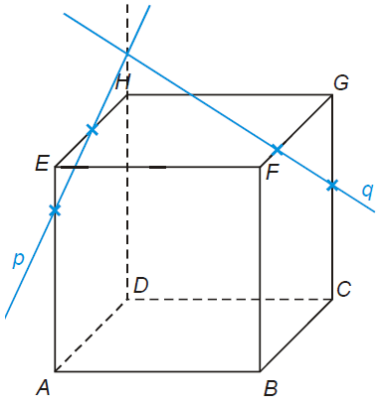
Různoběžky



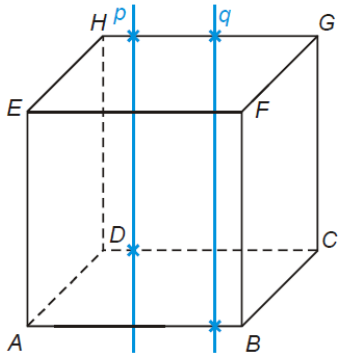
Rovnoběžky



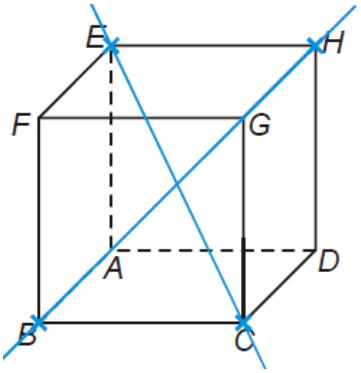
Rovnoběžky



Mimoběžky



Mimoběžky



Různoběžky

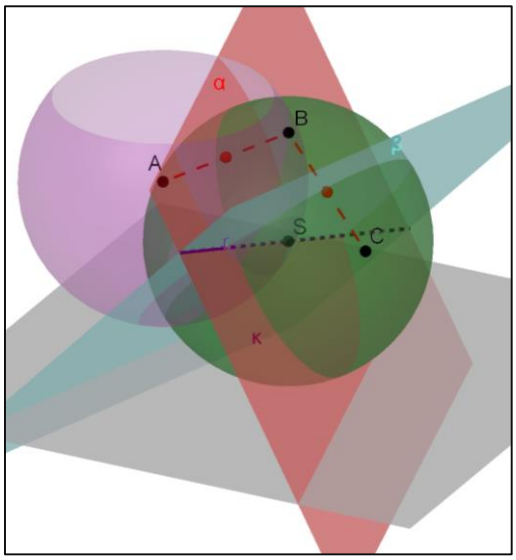
13. Je dána krychle *ABCDEFGH*, kde *ABCD* je dolní podstava a *EFGH* horní podstava. Rozhodněte o vzájemné poloze přímky *EC* a roviny *ABH*.

    Různoběžné

14. Sestrojte krychli *ABCDA´B´C´D´*, je-li dán vrchol *A* krychle a přímka hrany krychle *q*, $A \notin q$.
    Řešení:
    1. $\rho; q \perp \rho \wedge A \in \rho$
    2. $B; B = \rho \cap q$
    3. $čtverec\ ABCD \subset \rho$
    4. $kolmice\ v\ A, B, C, D\ k\ rovině\ \rho$
    5. $A', B', C', D';\ |AA'| = |BB'| = |CC'| = |DD'| = |AB|$
    6. Krychle $ABCDA'B'C'D'$

15. Zobrazte kulovou plochu, jsou-li dány tři body *A, B, C* této kulové plochy a její poloměr *r*.

    Řešení:
    1. $O_{AB}; O_{AB}$ … střed úsečky *AB*
    2. $\alpha; \alpha \perp AB \wedge O_{AB} \in \alpha$ … rovina souměrnosti úsečky *AB*
    3. $O_{BC}; O_{BC}$ … střed úsečky *BC*
    4. $\beta; \beta \perp BC \wedge O_{BC} \in \beta$ … rovina souměrnosti úsečky *BC*
    5. $r; r = \alpha \cap \beta$
    6. $\kappa; \kappa(A, r)$ … kulová plocha
    7. $S; S = \kappa \cap r$ … střed hledané kulové plochy



16. Je dána rovina α a v ní dva různé body *A, B* a délka *v*. Sestrojte pravidelný trojboký jehlan *ABCV* výšky *v* s podstavou *ABC* v rovině α.

    Řešení:
    1. $rovnostranný\ trojúhelník\ ABC\ \subset \alpha$ … podstava jehlanu
    2. $T; T$ … těžiště trojúhelníka
    3. $k; k \perp \alpha \wedge T \in k$ … kolmice v těžišti trojúhelníka, osa jehlanu
    4. $V; V \in k \wedge |TV| = v$ … vrchol jehlanu

17. Je dána přímka *o* a přímka *t* s bodem *T*. Sestrojte kulovou plochu, která má střed na přímce *o* a dotýká se přímky *t* v bodě *T*.

    Řešení:
    1. $\rho; \rho \perp t \wedge T \in \rho$ … rovina kolmá k tečně *t* v bodě *T*
    2. $S; S = \rho \cap o$ … střed kulové plochy
    3. $\kappa; \kappa(S, r = |ST|)$ … kulová plocha se středem *S*, procházející bodem *T*

18. Sestrojte pravidelný osmistěn *ABCDUV*, který má vrchol v daném bodě *A* a tělesovou úhlopříčku na dané přímce *p* ($A \notin p$).

    Řešení:
    4. $\rho; \rho \perp p \wedge A \in \rho$ … rovina podstavy osmistěnu
    5. $S; S = \rho \cap p$ … střed podstavy
    6. $čtverec\ ABCD\ \subset \rho$ se středem S
    7. $U, V; \{U, V\} \subset p, |SU| = |SV| = |AS|$ … vrcholy osmistěnu

19. Jsou dány dvě mimoběžky. Sestrojte rovnostranný válec, pro který dané přímky jsou průměry podstav.

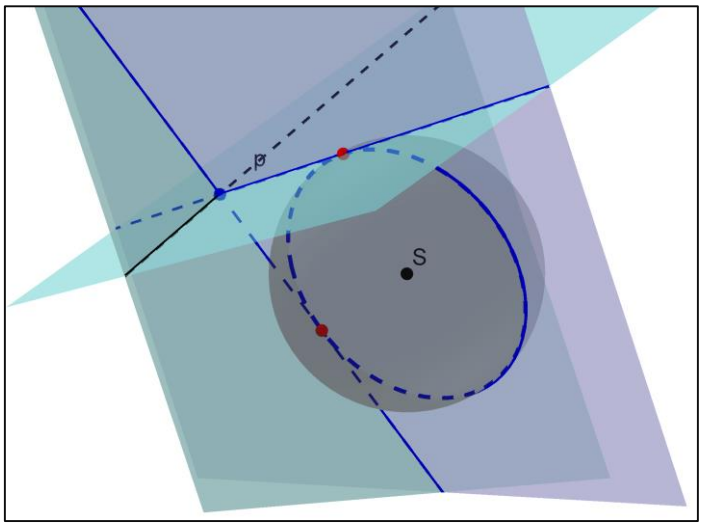
    Řešení:

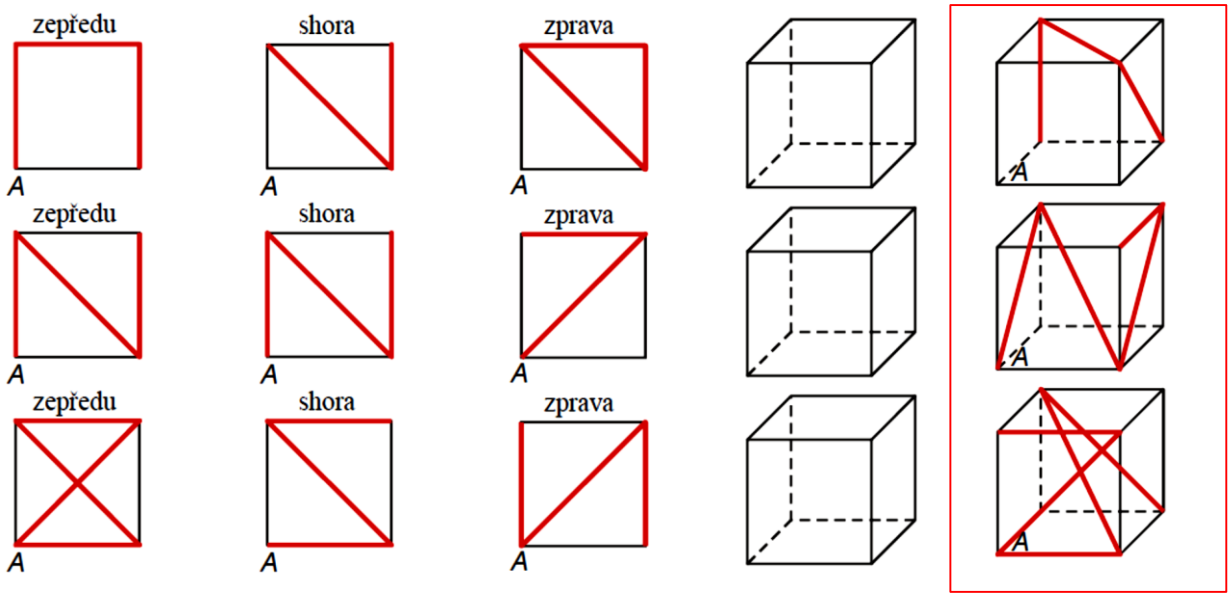
    Sestrojíme osu mimoběžek. Osa mimoběžek je osou válce a průsečíky osy válce s mimoběžkami jsou středy podstav. Poloměr podstav je roven polovině výšky válce.

20. Danou přímkou *p*, veďte tečné roviny k dané kulové ploše.

    Řešení:

    Středem kulové plochy vedeme rovinu kolmou k přímce p. Tato rovina protne kulovou plochu v kružnici a přímku v bodě. Z průsečíku sestrojíme tečny k průnikové kružnici. Každá tečna s přímkou p určuje hledanou tečnou rovinu.



21. Na skleněné krychle je lomená čára z drátu. Drát může být natažen jak po stěnách, tak vnitřkem krychle. Zakresli drát do průmětu krychle na základě pohledu zepředu, shora a zprava.

Řešení