P3 – MATEMATICKÉ FORMULACE

AXIOMY – MATEMATICKÉ VĚTY - DEFINICE

Matematická logika

zabývá se studiem různých forem matematického vyjadřování a pravidel správného usuzování

Jednotlivé matematické teorie jsou budované na axiomatickém základě. Při výstavbě teorie se vybírá systém pojmů a relací, které považujeme za základní

BOD – PŘÍMKA – LEŽET NA - patří mezi základní pojmy Eukleidovské geometrie – **Primitivní pojmy** (nedefinují se)

Pomocí základních pojmů zavádíme další – odvozené pojmy

Jazyk matematiky

konstanty (3, -5, π, …),

proměnné (a, x, y, b,…)

operátory (+, -,..).

Spojováním konstant, proměnných a operátorů dostáváme výrazy:

- algebraické
- jazykové = výroky

Základní matematické formulace

- **definice** = slovní formulace, zavádí nový pojem pomocí charakteristických vlastností, nedokazuje se

  - **obsah** - soubor vlastností charakteristických pro pojem (*stejná vzdálenost od bodu S*)
  - **rozsah** – zahrnuje objekty s touto vlastností (*množina všech bodů*)

D1: Kružnice je množina bodů v rovině, které mají od daného bodu S stejnou vzdálenost r.

Definice má stavbu **ekvivalence**

Typy definic

1. **syntetická**
   - **nominální** – nový pojem se pojmenovává (sudá přirozená čísla)
   - **konstruktivní** – popisuje konstrukci nového pojmu (úsečka spojující dva body kružnice se nazývá tětiva)
   - **rekurentní** – např. posloupnost (daný předpis, jak tvořit další členy)

2. **analytická**
   - **klasická** – Aristotelovská (nový pojem se vyčleňuje z nejbližšího nadřazeného – čtverec je rovnoběžník, který….)
   - **kontextuální** – nový pojem na základě souvislostí s jinými pojmy (výroková formule)
   - **abstrakcí** – abstrahováním vlastností (relace ekvivalence je relace, která je….)

Chyby v definicích

- **definice kruhem**
- **definice široká**
- **definice úzká**

- **axióm** = základní věta, která se přijímá a bez důkazu se považuje za pravdivou

A1: Číslo 1 je přirozené číslo

A2: Každé přirozené číslo a má svého následníka a+1

A3: Dvěma body prochází jediná přímka

- **věta**
  - pravdivý výrok, popisuje vlastnosti a vztahy
  - je tvrzení, které musíme dokázat, vytváří se pomocí základních pojmů, definic, axiomů a logických odvozovacích pravidel

V1: Je-li čtyřúhelník ABCD rovnoběžník, pak se jeho úhlopříčky půlí

Matematická věta má zpravidla tvar: $\forall(x \in D): A(x) \Rightarrow B(x)$

Předpoklad $\Longrightarrow$ **T**vrzení (důsledek)

$\mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{T}$

Př.: A: Čtyřúhelník ABCD je čtverec.

B: Čtyřúhelník ABCD je rovnoběžník.

$A \Rightarrow B$: Když je čtyřúhelník ABCD čtverec, pak je čtyřúhelník ABCD rovnoběžník.

Obrácená věta – obecně NEPLATÍ $\forall(x \in D): B(x) \Rightarrow A(x)$

$B \Rightarrow A$: Když je čtyřúhelník ABCD rovnoběžník, pak je čtyřúhelník ABCD čtverec.

Obměněná věta – PLATÍ $\forall(x \in D): (\neg B(x)) \Rightarrow (\neg A(x))$

$B' \Rightarrow A'$: Když čtyřúhelník ABCD není rovnoběžník, pak čtyřúhelník ABCD není čtverec.

A	B	$A \Rightarrow B$	A'	B'	$B' \Rightarrow A'$	$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (B' \Rightarrow A')$
1	1	**1**	0	0	**1**	1
1	0	**0**	0	1	**0**	1
0	1	**1**	1	0	**1**	1
0	0	**1**	1	1	**1**	1

Ke každé větě platí i věta obměněná

Důkaz matematických vět

důkaz = logický postup, kterým lze ověřit, že matematická věta platí
Využíváme axiomy a logické zákony

- **přímý**

  sled po sobě navazujících implikací

- **nepřímý**

  dokazujeme obměněnou větu

- **sporem**

  větu negujeme a přímo odvodíme nepravdivý výrok – spor
  s předpokladem

V: $\forall(x \in D): A(x) \Rightarrow B(x)$

V´: $\exists(x \in D): A(x) \wedge (\neg B(x))$

TŘÍDĚNÍ – KLASIFIKACE POJMŮ

Rozklad na druhové pojmy

Názorný přehled o rozsahu

Grafické znázornění

Požadavky

- úplná
- disjunktní
- podle daného jednotného znaku

Třídění pojmů by mělo být **DICHOTOMICKÉ** (dělení číselných oborů - čísel)