

# Pravděpodobnost

## Dovednosti a cíle

- Chápat jev A jako podmnožinu množiny  $\Omega$ , která značí množinu všech výsledků náhodného děje.
- Umět zapsat jevy pomocí množinových operací a obráceně umět z množinového zápisu interpretovat zapsané jevy.
- Ovládat vzorec pro výpočet klasické pravděpodobnosti, jako podíl všech výsledků příznivých a všech možných.
- Umět určit jev opačný, chápat vztah pro nezávislé jevy, chápat vztah pro vylučující se jevy/neslučitelné/ a umět je použít v jednoduchých úlohách.

## Základní pojmy

- náhodný pokus ( každá opakující se činnost za stejných podmínek )
- náhodný jev ( jakékoli tvrzení o výsledku náhodného pokusu, o kterém lze rozhodnout jeli pravdivé či nikoli ), označujeme velkými písmeny A, B...
- množina výsledků náhodného pokusu  $\Omega$

**náhodný jev je podmnožinou  $\Omega$**

## Vztahy mezi jevy a operace s jevy

1. Je A jev podjevem jevu B. ( jev A nastane vždy, když nastane jev B )  
 $A \subset B \quad ( B \Rightarrow A )$
2. Je A jev roven jevu B.  
 $A = B \quad ( A \subset B, B \subset A )$
3. Je A' jev opačný k jevu A. ( jev A' nastane právě když nenastal jev A )
4. Sjednocení jevu A a B. ( nastane, když nastane alespoň jeden z jevů A,B )  
 $A \cup B$
5. Průnik jevu A a B. ( nastane, když nastanou oba jevy A,B )  
 $A \cap B$
6. Jevy A,B jsou disjunktní ( neslučitelné, navzájem se vylučující ) právě tehdy

platí-li  $A \cap B = \emptyset$

### Korespondující pojmy:

<b>jevová algebra</b>	<b>matem. logika</b>	<b>teorie množin</b>
jev	výrok	množina
dílčí jev	implikace	podmnožina
ekvivalence	ekvivalence	ekvivalence
součet	disjunkce	sjednocení
součin	konjunkce	průnik
opačný jev	negace	doplňěk

### Klasická pravděpodobnost – Laplaceova definice

Předpoklady : 1. množina všech výsledků je konečná  
2. všechny výsledky jsou stejně možné  
3. všechny výsledky se navzájem vylučují ( nemohou nastat současně )

Pak platí  $P ( A ) = \frac{m}{n}$

- pravděpodobnost jevu A je dána podílem počtu všech příznivých výsledků m a počtu všech možných výsledků n

**krajní meze pravděpodobnosti :**

1. Jev jistý  $P ( A ) = 1$  (  $P ( A ) = \Omega$  )
2. Jev nemožný  $P ( A ) = 0$

$$0 < P ( A ) < 1$$

### Základní vlastnosti pravděpodobnosti jevů

1. Pravděpodobnost opačných jevů

$$P ( A ) = 1 - P ( A' )$$

2. Pravděpodobnost sjednocení jevů

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{jevy disjunktní}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

3. Nezávislé jevy  $P(A/B) = P(A)$ ,  $P(B/A) = P(B)$

- nezávisí, zda nastal druhý jev či nenastal
- jevy jsou **nezávislé právě tehdy, když platí**  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

4. Pravděpodobnost průniku nezávislých jevů

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

5. Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

jev A je podmíněn jevem B

6. Opakované nezávislé pokusy – binomické rozdělení ( Bernoulliovo schéma )

- jestliže posloupnost dílčích pokusů vzniká násobným opakováním jistého náhodného pokusu pak mluvíme o opakovaných pokusech, jsou-li pokusy nezávislé

$$P(A) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

p – zdar, q – nezdar, n – počet pokusů, k – zdařilé pokusy

## Přehled úloh podle typu pravděpodobnosti

### Klasická pravděpodobnost

1. Určete náhodný jev při hodu kostkou, že padne 1,2,3.

**řešení:** možnosti hodu kostkou  $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$   
náhodný jev je podmnožinou  $\Omega$ , je to množina  $A = \{1,2,3\}$

2. Z bedny, ve které je 10 součástek, 3 vadné, vybereme 5 součástek náhodně. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi budou právě dvě vadné?

**řešení:** počet příznivých výsledků je dán kombinací  
 $m = K(3,7) \cdot K(2,3)$   
počet všech možných výsledků je dán kombinací páté třídy z deseti  
 $n = K(5,10)$   
podle klasické pravděpodobnosti je  $P(A) = 0,416$

3. Jaká je pravděpodobnost, že z 8 koulí, z nichž dvě jsou bílé a ostatní černé, vytáhneme náhodně kouli a) bílou, b) černou?

( 0,25 , 0,75 )

4. Z 18 očíslovaných lístků vybereme náhodně jeden. Jaká je pravděpodobnost, že vytáhneme lístek s číslem dělitelným a) dvěma, b) třemi, c) dvěma nebo třemi?

( 0,5 , 0,3 , 0,6 )

5. Autobusem cestovalo 8 mužů a 10 žen. Při srážce se zranily 4 osoby. Jaká je pravděpodobnost, že to a) byly samé ženy, b) byli samí muži?

( 0,0702 , 0,646 )

6. V urně je 8 bílých a 5 černých koulí. Vytáhneme náhodně 3 koule. Jaká je pravděpodobnost, že to budou a) 3 bílé, b) 3 černé, c) 2 bílé a 1 černá, d) 1 bílá a 2 černé koule?

( 0,195 , 0,035 , 0,49 , 0,28 )

7. Série hotových výrobků obsahuje 20 výrobků, z nichž 3 jsou zmetkové. Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném výběru 4 kusů budou 2 dobré a 2 zmetkové?

( 0,0842 )

8. V sérii hotových výrobků, která obsahuje 20 kusů, jsou zmetky. Máme rozdělit tuto sérii na dvě části po 10 kusech. Jaká je pravděpodobnost, že v každé části budou 2 zmetky?

(  $K(2,4) \cdot K(8,16) = 0,417$  )

9. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma mincemi padne na líc na obou mincích?

( 0,25 )

10. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 4 mincemi padne rub u dvou mincí?

( 0,375 )

11. Vypočítejte pravděpodobnost, že dvěma hracími kostkami vrhneme součet

a) 2, b) 3, c) 4, d) 5, e) 6, f) 7, g) 8, h) 9, i) 10, j) 11, k) 12.

( 0,028 , 0,055 , 0,083 , 0,111 , 0,139 , 0,167 , 0,134 , 0,111 , 0,083 ,  
0,055 , 0,028 )

12. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně napsané dvojciferné číslo celé je dělitelné třemi ?

( 0,3 )

13. Jaká je pravděpodobnost, že při vrhu třemi hracími kostkami padnou a) všechna čísla stejná, b) vzájemně různá čísla ?

( 0,027 , 0,927 )

14. Jaká je pravděpodobnost, že jedním vrhem padnou na šesti hracích kostkách čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?

( 0,0154 )

15. 40 studentů má být náhodně rozděleno do čtyř desetičlenných skupin. Jaká je pravděpodobnost, že Adam a Eva budou v téže skupině ?

**řešení :** rozdělení si můžeme představit jako tahání lístků s čísly 1 až 40 z hlediska Adama a Evy je všech **možností 40.39** příznivé jsou ty, které patří do jedné desítky neboli **10.9.4 možnosti**

pravděpodobnost tedy je  $P ( A ) = \frac{10.9.4}{40.39} = 0,23$

### **Pravděpodobnost opačných jevů**

1. Jaká je pravděpodobnost, že ze skupiny 7 studentů mají aspoň dva narozeniny ve stejný den?

**řešení:** vypočítáme pravděpodobnost, že nikdo nemá narozeniny v týž den

$$m = 365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot 362 \cdot 361 \cdot 360 \cdot 359$$

$$n = 365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365$$

získáme tak pravděpodobnost opačného jevu

výsledná pravděpodobnost, že ze skupiny 7 aspoň 2 mají narozeniny ve stejný den je dána  $P ( A ) = 1 - P ( A' )$

$$P ( A ) = 0,056$$

2. Házíme dvakrát kostkou. Jaká je pravděpodobnost, že padne aspoň jednou šestka?

**řešení:** lehčí je spočítat, že nepadne šestka ani jednou, neboli opačný jev

$$P ( A' ) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}$$

$$P ( A ) = 1 - P ( A' ) = 1 - \frac{25}{36}$$

3. Ve třídě s 29 žáky mají být vyzkoušeni 4 žáci. Jakou má pravděpodobnost žák N, že nebude vyzkoušen ?  
( 0,862 )
4. Jaká je pravděpodobnost, že při vrhu čtyřmi kostkami nepadne součet 24 ?  
( 0,9992 )
5. Jaká je pravděpodobnost, že při vrhu třemi hracími kostkami nepadne součet 10 ani 11 ?  
(  $P = 1 - (P_1 + P_2) = 0,75$  )
6. Jaká je pravděpodobnost, že při tahu Sportky bude taženo aspoň jedno jednociferné číslo ?

**řešení:** výhodnější je zjistit tah dvojciferného čísla, jako jev opačný

$$m = K(6,40)$$

$$n = K(6,49)$$

$$P(A') = \frac{m}{n}$$

$$P(A') = 0,27, \quad P(A) = 1 - P(A') = 0,73$$

### **Pravděpodobnost sjednocení jevů**

1. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 2 hracími kostkami padne součet 7 nebo 8?

**řešení :** jev A je součet 7

příznivé výsledky : 16, 61, 25, 52, 34, 43 celkem 6

všechny možné 6.6 celkem 36

$$P(A) = \frac{6}{36} = 0,166$$

jev B je součet 8

příznivé výsledky : 26, 62, 35, 53, 44 celkem 5

všechny možné opět 36

$$P(B) = \frac{5}{36} = 0,138$$

Jevy jsou disjunktní, nelze součet 7 a zároveň 8.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,305$$

2. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně zvolené dvojciferné přirozené číslo je dělitelné pěti nebo šesti ?

**řešení :** všech možností dvojciferných přirozených čísel, tedy  $n = 90$

jev A – dělitelné pěti, takových čísel je 18  
jev B – dělitelné šesti, takových čísel je 15

$$P(A) = \frac{18}{90} = 0,2, \quad P(B) = \frac{15}{90} = 0,166, \quad \text{pozor na čísla 30, 60, 90}$$

– jsou dělitelná 5 i 6 zároveň a tedy :  
Jevy nejsou disjunktční  $P(A \cap B) = 0,033$ .

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,2 + 0,166 - 0,033 = 0,333$$

3. Mezi deseti studenty je i Adam a Petr. Jaká je pravděpodobnost, že při vylosování tříčlenné komise budou Adam nebo Petr mezi vylosovanými?

**řešení :** jev A je vylosování Adama

$$m = K(2,9)$$

$$n = K(3,10)$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = 0,3$$

jev B je vylosování Petra

$$m = K(2,9)$$

$$n = K(3,10)$$

$$P(B) = \frac{m}{n} = 0,3$$

Jevy nejsou disjunktční, mohou být v komisi oba, neboli  $P(A \cap B) = 0,06$ .

( příznivé  $K(1,8)$  , všechny možné  $K(3,10)$  )

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,3 - 0,06 = 0,53$$

4. Pravděpodobnost úspěchu akce je 0,8, při druhém pokusu 0,9. Jaká je pravděpodobnost alespoň jednoho úspěchu? ( Výsledek 1 pokusu neovlivní pravděpodobnost druhého pokusu.)

**řešení:** jev A – první pokus ,  $P(A) = 0,8$

jev B – druhý pokus,  $P(B) = 0,9$

Jevy jsou nezávislé, platí  $P(A \cap B) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,8 + 0,9 - 0,72 = 0,98$$

5. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně napsané dvojciferné číslo mezi 20 a 99 bude dělitelné jedenácti nebo mocnina čísla 3 nebo prvočíslo ?  
( 0,35 )

6. Vypočítejte pravděpodobnost, že při vrhu dvěma hracími kostkami padne součet 3 nebo 4 . ( 0,138 )
7. V urně je 5 koulí bílých, 6 červených, 7 fialových a 8 zelených. Náhodně vytáhneme 4 koule. Jaká je pravděpodobnost, že a) budou mít tutéž barvu, b) každá koule bude mít jinou barvu ?  
( 0,0084 , 0,1124 )  
( 0,0084 , 0,1124 )
8. Ve skladu je 100 součástek, 20 z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 9 náhodně vybranými součástkami nebude víc vadných než 3 ?  
( 0,999 )
9. Je vystaveno 10 hrnců, 3 z nich jsou poškozené. Kupující si náhodně vybere 3 hrnce. Jaká je pravděpodobnost, že aspoň jeden je vadný ?  
( 0,708 )
- 10.4 pánové si v šatně odloží 4 stejné klobouky. Jaká je pravděpodobnost, že při odchodu aspoň jeden z nich dostane nazpět svůj klobouk ?  
( 0,625 )

### **Nezávislé jevy**

1. Házíme dvakrát kostkou. Jaká je pravděpodobnost, že poprvé padne šestka, podruhé ne ?

**řešení:** jde o nezávislé opakování

$$\text{poprvé šestka } P(A) = \frac{1}{6}$$

$$\text{podruhé ne } P(B) = \frac{5}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$$

Skutečně všech možných dvojic při dvojnásobném hodu je  $6 \cdot 6 = 36$ . Příznivé jsou ty, které mají na prvním místě 6, na druhém jedno z čísel 1,2,3,4,5.

2. Dva střelci střílejí na cíl a zasahují jej nezávisle na sobě s pravděpodobnostmi 0,9, resp. 0,8. Jaká je pravděpodobnost, že oba zasáhnou cíl ?

**řešení:** můžeme uvažovat takto – přibližně v 90 procentech zasáhne první střelec cíl, tedy z 1 000 výstřelů asi v 900 případech druhý z každé stovky zasáhne cíl asi 80krát, tedy z 900 výstřelů  $80 \cdot 9 = 720$ krát proto hledaná pravděpodobnost je  $720 : 1\,000 = 0,72$  nyní vidíme, proč jsme pravděpodobnosti násobili



jevy jsou nezávislé, dostáváme  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$

3. Žárovka svítí se spolehlivostí 0,8. Jaká je spolehlivost systému dvou žárovek, když jsou zapojeny a) sériově, b) paralelně ?

**řešení:**

a) sériově – proud prochází, jestliže svítí obě žárovky  
protože svítí nezávisle, platí  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,8^2 = 0,64$

b) paralelně – proud prochází, jestliže svítí aspoň jedna ze žárovek  
tedy  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,8 + 0,8 - 0,64$   
 $P(A \cup B) = 0,96$

4. Házíme třikrát kostkou. Jaká je pravděpodobnost, že poprvé padne sudé číslo podruhé číslo větší než 4 a potřetí liché číslo ?  
( 0,083 )
4. Ze série 150 kusů výrobků vyhovělo při předběžné kontrole 135 kusů a z těchto 135 kusů při výstupní kontrole obstálo 117 kusů. Jaká je pravděpodobnost, že výrobek, který obstál při předběžné kontrole, obstál i při výstupní kontrole ?  
( 0,8667 )
5. Jaká je pravděpodobnost, že při vrhu hrací kostkou nepadne číslo 2, ale liché číslo ?  
( 0,6 )
6. Jaká je pravděpodobnost, že ze hry o 32 kartách vytáhneme druhým tahem eso ( taháme po jedné kartě ) ?  
( 0,1129 )
7. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně napsaný zlomek můžeme krátit dvěma?  
( 0,25 )
8. Ze všech vyrobených kusů vyhovělo při výstupní kontrole 95% výrobků. Z každé série 100 kusů vyhovujících výrobků je průměrně 80% výrobků první kvality. Jaká je pravděpodobnost, že výrobek je první kvality ?  
( 0,76 )
9. Jistý muž má jeden los z loterie, ve které vyhrávají dvě pětiny losů, a dva losy z loterie, ve které vyhrává jedna třetina losů. Jakou má pravděpodobnost, že vyhraje na všechny tři losy ?  
( 0,044 )

10. V urně je 5 červených a 7 zelených koulí. Provedeme dva tahy po sobě po jedné kouli, přičemž po prvním tahu kouli do urny a) vracíme, b) nevracíme. Jaká je pravděpodobnost, že obě vytáhnuté koule budou červené ?  
( a)0,175 , b)0,151 )
11. Jaká je pravděpodobnost, že při hře dvěma hracími kostkami padne druhým vrhem součet a) 7, b) 8 ?  
( a) 0,138, b) 0,119 )
12. Jaká je pravděpodobnost, že při prvním hodů čtyřmi mincemi padnou 2 líce a při druhém hodů 3 líce ?  
( 0,0938 )
13. Jaká je pravděpodobnost, že z urny, obsahující 5 bílých a 7 černých koulí, vytáhneme náhodně čtyřikrát po sobě černou kouli ? Kouli vždy vracíme.  
( 0,1158 )
14. Vrhám třemi hracími kostkami a přeji si, aby při prvním vrhu padl součet 9 a při druhém součet 10. Jaká je pravděpodobnost, že  
a) se to podaří  
b) žádoucí součet padne pouze při prvním vrhu,  
c) žádoucí součet padne pouze při druhém vrhu,  
d) žádoucí součty nepadnou ani při prvním ani při druhém vrhu ?  
( 0,0145, 0,1013, 0,1105, 0,7737 )

### **Podmíněná pravděpodobnost**

1. V klobouku je 10 lístků, na kterých jsou jména 6 chlapců a 4 dívek. Lístky promícháme a náhodně dva z nich vybereme. Jaká je pravděpodobnost, že na obou lístcích jsou chlapecká jména ?

**řešení:** označme jev A vytažení chlapeckého jména na prvním lístku a jev B vytažení chlapeckého jména na druhém lístku  
pravděpodobnost průniku jevů A a B je pravděpodobnost jevu, který spočívá v tom, že na obou lístcích jsou chlapecká jména  
pravděpodobnost určíme jako

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = 0,6 \cdot \frac{5}{9} = 0,33$$

Stejný výsledek určíme podílem příznivých a všech možných výsledků:

$$m = K(2, 6) = 15$$

$$n = K(2, 10) = 45$$

$$P(A \cap B) = 0,33$$

2. Skříňka má 3 zásuvky. V první jsou 2 zlaté mince, v druhé jedna zlatá a jedna stříbrná, v třetí 2 stříbrné mince. Zvolíme náhodně jednu zásuvku, z ní vytáhneme naslepo jednu minci. Jaká je podmíněná pravděpodobnost, že v zásuvce zůstane zlatá mince, jestliže vytažená mince byla stříbrná ?

**řešení:** zdánlivě je pravděpodobnost 1:2, protože stříbrnou minci lze vytáhnout jen z druhé nebo třetí zásuvky ( zlatá zůstane jen v prvním z těchto případů )

**tato úvaha je však chybná, pokus se skládá ze dvou dílčích pokusů – volba zásuvky a volba mince**

možné výsledky (1,z), (1,z), (2,z), (2,s), (3,s), (3,s)

jev B – byla vytažena stříbrná mince  $m = 3$

jev A – zůstává zlatá mince  $m = 2$

$B = (2,s), (3,s), (3,s)$

$A = (1,z), (1,z), (2,s)$

$P(A \cap B) = 1$

$$P(A/B) = P(A \cap B) / P(B) = 0,33$$

3. V osudí je 9 bílých koulí a 1 červená koule. Vytáhneme jednu kouli, vrátíme ji a přidáme jednu kouli téže barvy, pak táhneme podruhé. Jaká je pravděpodobnost, že v obou tazích vytáhneme červenou ?

( 0,018 )

4. V prvním osudí je 7 bílých a 3 červené koule, v druhém osudí 6 bílých a 14 červených koulí. Náhodně zvolíme osudí a vytáhneme jednu kouli. Jaká je pravděpodobnost, že je bílá?

( 0,5 )

5. Hodíme 2 kostkami. Jev A značí „ součet ok je sudé číslo“, jev B „ součet ok je liché číslo dělitelné třemi“. Vypočítejte  $P(A/B)$ ,  $P(B/A)$ .

( 0,5, 0,33 )

## Bernoulliho posloupnost – binomické rozdělení pravděpodobnosti

1. Hodíme 7krát kostkou. Jaká je pravděpodobnost, že poprvé, potřetí a počtvrté padne šestka ?

**řešení:**  $n = 7, k = 3, p = \frac{1}{6}, q = \frac{5}{6}$

$$P(A) = \binom{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0,078$$

2. Soustruh vyrobí součástku za 1 minutu, přičemž pravděpodobnost, že součástka má vadu, je 0,05. Jaká je pravděpodobnost, že soustruh za hodinu vyrobí právě 5 vadných součástek ?

**řešení:**  $n = 60, k = 5, p = 0,05, q = 0,95$

$$P(A) = \binom{60}{5} 0,05^5 \cdot 0,95^{55} = 0,102$$

3. Pravděpodobnost vyrobení vadné součástky je 0,05. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 60 vyrobenými součástkami bude nejvýše 5 vadných ?

**řešení:** nejvýše 5 znamená – žádná, právě jedna, právě dvě, ..., právě 5  
**hledaná pravděpodobnost je součtem**

$$\binom{60}{0} 0,05^0 0,95^{60} + \binom{60}{1} 0,05^1 0,95^{59} + \dots + \binom{60}{5} 0,05^5 0,95^{55} = \\ 0,046 + 0,145 + 0,226 + 0,230 + 0,172 + 0,102 = 0,921$$

4. Pravděpodobnost úspěchu akce je 50%, neúspěchu 50%. Provádíme 5 pokusů, určete pravděpodobnost :

**řešení:**

- a) právě jednoho úspěchu

$$P(A) = \binom{5}{1} 0,5^1 \cdot 0,5^4 = 0,156$$

- b) každého pokusu úspěšného

$$P(A) = \binom{5}{5} 0,5^5 \cdot 0,5^0 = 0,031$$

c) maximálně jednoho úspěchu

$$P(A) = \binom{5}{0} 0,5^0 \cdot 0,5^5 + \binom{5}{1} 0,5^1 \cdot 0,5^4 = 0,188$$

c) úspěchu dvakrát nebo třikrát

$$P(A) = \binom{5}{2} 0,5^2 \cdot 0,5^3 + \binom{5}{3} 0,5^3 \cdot 0,5^2 = 0,625$$

5. Určete pravděpodobnost, že při 5krát opakovaném hodu kostkou padne šestka právě dvakrát.

( 0,16 )

6. Jaká je pravděpodobnost, že při dvacetinásobném hodu mincí padne líc a) nejvíce 4krát, aspoň 5krát ?

( 0,0059 , 0,9941 )

7. Jaká je pravděpodobnost, že v rodině se čtyřmi dětmi jsou a) aspoň 3 dívky, b) aspoň jeden chlapec, jestliže narození chlapce je 0,51 ?

( 0,2977 , 0,9424 )

8. Student dostane test, který má 10 otázek a ke každá z nich jsou možné 3 odpovědi. Jaká je pravděpodobnost, že student odpoví správně aspoň na polovinu otázek, jestliže se látku nenaučil a odpovědi volí náhodně ?

( 0,213 )

9. Lék úspěšně léčí v 80% případů. Jestliže ho podáme 10 pacientům, jaká je pravděpodobnost, že aspoň 7 z nich se vyléčí ?

( 0,8791 )

10. Pravděpodobnost, že spotřeba elektrické energie ve všední den přesáhne normu, je 0,3. Jaká je pravděpodobnost, že v pěti náhodně vybraných všedních dnech nebude norma ani jednou překročena ?

( 0,168 )

## Statistický odhad pravděpodobnosti

- nejsou-li splněny podmínky pro použití klasické definice nebo chceme-li ověřit podmínku o stejné pravděpodobných výsledcích náhodného pokusu, musíme vyjít z výsledků ji provedených pokusů (zajistit stejné podmínky pokusu)
- statistická definice pravděpodobnosti je založená na relativní četnosti jevu A
- **absolutní četnost** (počet pokusů, ve kterých nastal jev A)  **$n(A)$**
- **počet všech pokusů**  **$n$**
- **pravděpodobnost je rovna relativní četnosti**  **$n_j$**

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} = n_j$$

- kolísá-li při rostoucím počtu pokusů  $n_j$  kolem určitého čísla, lze předpokládat, že toto číslo je pravděpodobností jevu A

- $n \gg$   $P(A) \approx \frac{m}{n}$

motivace:	<i>počty hodů</i>	<i>pád šestky</i>	<i><math>n_j</math></i>
	100	18	0,18
	500	75	0,15
	1 000	170	0,17
	2 000	330	0,165

$n_j$  kolísá kolem 0,17  $\Rightarrow P(A) = 0,17$

Úlohy pro samostatnou práci (konzultujte s vyučujícím)

1. Házíme dvakrát hrací kostkou. Jaká je pravděpodobnost, že padne nejdříve liché a pak sudé číslo ?  
( 0,25 )
2. Student má v knihovně celkem 15 knih, z toho 4 jsou z matematiky. Jaká je pravděpodobnost, že mezi dvěma náhodně vybranými knihami
  - a) je právě jedna kniha z matematiky
  - b) je aspoň jedna kniha z matematiky
  - c) obě knihy jsou z matematiky  
( 0,419, 0,476, 0,057 )
3. Student je připraven na 25 ze 30 otázek. Jaká je pravděpodobnost, že si u zkoušky vytáhne dvě otázky, které zná ?  
( 0,6897 )
4. V krabici je 6 hracích kostek očíslovaných od 1 do 6. Určete pravděpodobnost, že při postupném vytažení všech kostek dostaneme rostoucí posloupnost.  
( 1/720 )
5. Při přepravě 30 součástek ( 25 kvalitních, 5 zmetků ) se jedna ztratila. Potom byla náhodně vybrána 1 součástka ( zmetek ). Určete pravděpodobnost, že byla ztracena a) kvalitní součástka, b) nekvalitní součástka.  
( 25/29, 4/29 )
6. V krabici je 9 stejných součástek očíslovaných od 1 do 9. Náhodně vybereme 4 součástky. Určete pravděpodobnost toho, že mezi vybranými je a) součástka s číslem 9, b) jsou součástky s čísly 1, 9 .  
( 4/9, 1/6 )
7. Výrobek lze vyrobit dvěma postupy. U prvního postupu je pravděpodobnost výroby kvalitního výrobku 0,8, u druhého 0,9. Prvním postupem byly vyrobeny 3 výrobky, druhým 4 výrobky. Určete pravděpodobnost, že všech 7 výrobků je kvalitních.  
( 0,3359 )
8. Dva střelci střílejí současně na terč. První s pravděpodobností zásahu 0,8. Určete pravděpodobnost zásahu druhého střelce, víte-li, že pravděpodobnost zásahu právě jedním z obou střelců je 0,38.  
( 0,7 )
9. Při zásahu cíle se rozsvítí žárovka. Určete pravděpodobnost, že se žárovka rozsvítí, jestliže nezávisle na sobě vystřelí dva střelci – každý jednou, přičemž pravděpodobnosti zásahu jsou 0,7 a 0,8.  
( 0,94 )

10. Čtyři studenti měří nezávisle na sobě jistou fyzikální veličinu. Praviděpodobnost, že se dopustí chyby je postupně 0,15, 0,10, 0,20, 0,10. Určete praviděpodobnost jevu, že aspoň jeden student měří chybně.  
( 0,4492 )
11. K síti je připojeno 14 nových a 6 starších počítačů. Praviděpodobnost bezchybného provozu u nových počítačů je 0,9, u starších 0,8. Jaká je praviděpodobnost, že a) student bude pracovat bez poruchy, b) tento student pracuje u nového počítače ?  
( 0,87, 0,724 )
12. V osudí je 12 černých a 8 bílých kuliček. Opakovaně vytahujeme z osudí 1 kuličku a vracíme ji nazpět. Kolik tahů je nutno provést, aby nejpravděpodobnější počet vytažení bílé kuličky byl 20 ?  
( 49, 50, 51 )
13. Praviděpodobnost, že šachista vyhraje jednu partii je 0,4. Určete praviděpodobnost, že tento šachista vyhraje právě 4 z 9 her.  
( 0,2508 )
14. Dva stroje vyrábějí stejné výrobky v poměru 3:2. První stroj vyrábí v průměru 85% a druhý 70% kvalitních výrobků. Určete praviděpodobnost, že a) náhodně vybraný výrobek je kvalitní, b) tento výrobek je vyroben druhým strojem.  
( 0,79, 0,354 )
15. Praviděpodobnost chybného měření je 0,3. Určete praviděpodobnost jevu, že při čtyřech nezávislých měřeních bylo pouze jediné měření chybné.  
( 0,0549 )