

Inverzní matice, součin matic

1) Najděte inverzní matice (pokud existují):

a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$

$$\frac{1}{5} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

b) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$

$$\frac{1}{9} \cdot \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$$

c) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

d) $\begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

$$\frac{1}{14} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

e) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$$\frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 5 & -1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

f) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$$\frac{1}{5} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -3 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

g) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

neexistuje

h) $\begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$$\frac{1}{13} \cdot \begin{bmatrix} -4 & -3 & 2 \\ 5 & 7 & 4 \\ -2 & -8 & 1 \end{bmatrix}$$

i) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

j) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}$$

k) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

neexistuje

l) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\frac{1}{20} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -5 & 9 \\ -3 & 5 & 7 \\ 5 & 5 & -5 \end{bmatrix}$$

m) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

2) Vynásobte matice:

a) $\begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & -7 & 1 & -8 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 0 \\ 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 6 \\ -8 & -8 \end{bmatrix}$$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \\ -1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

neexistuje

d) $\begin{bmatrix} 3 & 5 & -2 & 5 \\ -3 & 4 & -1 & -2 \\ -5 & 3 & -2 & 3 \\ 5 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 1 \\ 2 & -3 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -15 & 5 \\ -24 & 4 \\ 3 & -15 \\ -33 & 27 \end{bmatrix}$$

e) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 4 & -5 & 3 \\ 6 & -2 & 21 \\ 12 & -14 & 12 \end{bmatrix}$$

f) $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 16 & -16 \\ 21 & -2 \end{bmatrix}$$

g) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot [4 \ 5]$

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 8 & 10 \\ -12 & -15 \end{bmatrix}$$

h) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 12 & 6 \\ 22 & -8 \\ 23 & 7 \end{bmatrix}$$

Lineární závislost a nezávislost vektorů, báze a dimenze vektorového prostoru

Zjistěte, zda následující skupina vektorů je lineárně závislá nebo nezávislá:

- | | |
|--|----|
| 1. $(1; -2; 3), (3; 1; -1), (7; 0; 1)$ | LZ |
| 2. $(3; 2; -2), (-5; 2; -4), (2; 5; -6)$ | LN |
| 3. $(4; 1; -1), (-2; 3; -1), (4; -6; 2)$ | LZ |
| 4. $(1; 0; -1), (-2; 2; 1), (-1; 2; 3)$ | LN |
| 5. $(2; 2; -1), (-3; 2; 3), (-1; 4; 2)$ | LZ |
| 6. $(2; -3; 0; 1; 2), (-1; 1; 2; -2; 0), (0; -1; 3; -3; 2)$ | LN |
| 7. $(-3; 1; -3), (-4; 2; 3), (1; 3; 1), (7; 8; 9)$ | LZ |
| 8. $(5; -3; 6; 1; 3), (6; 2; 3; 1; -1), (1; 5; -3; 0; 4)$ | LN |
| 9. $(1; 2; 1; 4), (-1; 0; 3; 5), (6; 8; 3; 7), (6; 6; -1; -2)$ | LZ |
| 10. $(0; 2; 3), (2; -4; 1), (0; 0; 0)$ | LZ |
| 11. $(1; 2; 3; 4)$ | LN |
| 12. $(1; 0; 2; -1), (1; 0; 3; 2), (3; 0; 8; 3)$ | LZ |
| 13. $(1; 1; 0; 2), (0; 2; 0; 1), (1; 0; 0; 2)$ | LN |
| 14. $(2; -4; 6; 2), (3; 3; -5; -2), (5; 1; 1; 0)$ | LN |
| 15. $(1; 1; 1; -1), (2; 0; 2; 1), (1; -1; 1; 2), (4; 0; 2; 2)$ | LN |

Určete $a, b, c \in \mathbb{R}$ tak, aby platilo:

- | | |
|---|-------------|
| 16. $(5; 8) = a(2; -1) + b(3; 2)$ | $[-2; 3]$ |
| 17. $(13; -6; 8) = a(1; 2; -1) + b(3; -1; 0) + c(2; -2; 3)$ | $[1; 2; 3]$ |
| 18. $(2; 1; -3) = a(3; -2; 6) + b(2; -1; 3)$ | $[-4; 7]$ |

Určete $p \in \mathbb{R}$ tak, aby vektor v byl lineární kombinací vektorů u_1, u_2, u_3 :

- | | |
|---|--------------------|
| 19. $u_1 = (1; 3; 5), u_2 = (2; -1; 8), u_3 = (-1; 1; -1), v = (8; 3; p)$ | 34 |
| 20. $u_1 = (1; 2; -1), u_2 = (2; 3; 5), u_3 = (3; 1; 0), v = (7; p; -1)$ | $p \in \mathbb{R}$ |

Určete $a \in \mathbb{R}$ tak, aby vektory u, v, w byly lineárně závislé:

- | | |
|---|------------|
| 21. $u = (1; -2; 3), v = (1; 2a; -5), w = (2; -1; a)$ | $\{2; 3\}$ |
|---|------------|

Určete dimenze a báze následujících vektorových prostorů:

- | | |
|--|-----|
| 22. $V = L\langle(3; 2; 1), (4; 3; 2), (5; 4; 3)\rangle$ | [2] |
| 23. $V = L\langle(-1; -3; 4), (4; 1; 8), (3; -2; 1)\rangle$ | [3] |
| 24. $V = L\langle(2; 1; 0), (3; 1; 4), (-1; 1; 1), (2; 3; 4)\rangle$ | [3] |

Operace s maticemi

1. Určete hodnost matice:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & -4 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ [3]

b) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 5 & -3 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ [4]

c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ 4 & 7 & 1 & 0 \\ 5 & 7 & -4 & 7 \end{bmatrix}$ [2]

d) $\begin{bmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{bmatrix}$ [2]

e) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & 6 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ [4]

f) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -5 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$ [4]

g) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 12 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & -3 & 3 \end{bmatrix}$ [3]

h) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 7 & 13 & -3 \\ 6 & 2 & 2 \\ 10 & 18 & -4 \\ -9 & -3 & -3 \end{bmatrix}$ [2]

i) $\begin{bmatrix} 5 & -9 & 5 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \\ 8 & -8 & 9 & 3 \end{bmatrix}$ [3]

j) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ [3]

k) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ [3]

l) $\begin{bmatrix} 4 & 3 & -1 & 2 \\ -3 & -6 & 1 & -7 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ 6 & 4 & 2 & 7 \end{bmatrix}$ [3]

Soustavy lineárních rovnic

1. Určete podle Frobeniovy věty počet řešení soustavy. Má-li řešení, vyřešte ji:

- | | | | |
|---|--|--|--|
| <p>a) $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7$
 $x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5$
 $x_1 + x_2 + x_3 = 3$</p> | (1;0;2) | <p>k) $2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$
 $x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 3$
 $x_1 + 3x_2 - x_3 = 2$</p> | (-1-2t;1+t;t) |
| <p>b) $3x_1 - x_2 + x_3 = 10$
 $5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29$
 $-4x_1 + x_2 + 2x_3 = 2$</p> | (3;4;5) | <p>l) $x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 6$
 $x_2 + 2x_3 + x_4 = -3$
 $2x_1 + x_3 + 2x_4 = 1$
 $x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -4$</p> | (1;2;-3;1) |
| <p>c) $6x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 3$
 $2x_1 + x_2 - x_3 = -2$
 $2x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 1$</p> | ∅ | <p>m) $2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0$
 $3x_1 - x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 0$
 $4x_1 + x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 0$
 $x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 0$</p> | (0;0;0;0) |
| <p>d) $2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 6$
 $2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0$
 $5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3$
 $7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 2$</p> | (-2/5;-6/5;17/5;1) | <p>n) $2x_1 - x_2 - x_3 = 4$
 $3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11$
 $3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11$</p> | (3;1;1) |
| <p>e) $x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6$
 $2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8$
 $3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4$
 $2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8$</p> | (1;2;-1;-2) | <p>o) $-x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0$
 $x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0$
 $2x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 0$</p> | (2t;4t;-19t;11t) |
| <p>f) $2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1$
 $3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2$
 $5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1$
 $2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4$</p> | ∅ | <p>p) $2x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0$
 $x_1 + 2x_3 - x_4 = 1$
 $3x_1 + x_2 + 10x_3 - x_4 = 2$</p> | (3+t;3-2t;-1;t) |
| <p>g) $3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0$
 $2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0$
 $3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0$
 $3x_1 + 16x_2 + 7x_3 = 0$</p> | (-11t;-t;7t) | <p>q) $2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 6$
 $3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$
 $4x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 0$
 $5x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1$</p> | (-2;1;0;4) |
| <p>h) $2x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0$
 $2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0$
 $3x_1 + 8x_2 - 6x_3 - 6x_4 + 6x_5 = 0$
 $3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0$</p> | (0;0;0;t;t) | <p>r) $2x_1 + 2x_3 + x_4 = 8$
 $2x_2 - x_3 = -4$
 $3x_1 + 3x_4 = 9$
 $2x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 10$</p> | (1;-1;2;2) |
| <p>i) $6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1$
 $3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3$
 $3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7$
 $9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2$</p> | ($\frac{19-s-2t}{3}; t; 13; s; -34$) | <p>s) $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3$
 $2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 5$
 $-2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0$
 $3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 5$</p> | (2;-1;1;3) |
| <p>j) $x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 5$
 $3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -3$
 $9x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 10x_4 = 9$</p> | ($\frac{-1+t+2s}{7}; \frac{-18+11t-13s}{7}; t; s$) | <p>t) $2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9$
 $-8x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = -11$
 $x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 5$
 $4x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 10$</p> | ($\frac{13}{6} + \frac{t}{6}; \frac{3}{2} - \frac{t}{2}; \frac{1}{6} + \frac{7t}{6}; t$) |

$$\begin{array}{l}
 -2x_1 + x_3 - 2x_4 = -4 \\
 \text{u) } \quad x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \\
 \quad \quad 2x_1 - 2x_3 + 3x_4 = 4 \\
 \quad \quad 3x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 6
 \end{array}
 \quad (1; -1; 2; 2)$$

$$\begin{array}{l}
 x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5 \\
 \text{v) } \quad 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 8 \\
 \quad \quad -2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8 \\
 \quad \quad 3x_1 + 3x_2 - x_4 = -2
 \end{array}
 \quad (1; -1; 1; 2)$$

$$\begin{array}{l}
 3x_1 + x_3 = 7 \\
 \text{w) } \quad 4x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_4 = -1 \\
 \quad \quad 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 13 \\
 \quad \quad -2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5
 \end{array}
 \quad (2; 3; 1; -1)$$

$$\begin{array}{l}
 x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 5 \\
 \text{x) } \quad 2x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 4 \\
 \quad \quad -2x_1 - 2x_3 - 2x_4 = -4 \\
 \quad \quad 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5
 \end{array}
 \quad (-1; 0; 2; 1)$$

$$\begin{array}{l}
 -x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 8 \\
 \text{y) } \quad -2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\
 \quad \quad -x_1 - 2x_3 + 3x_4 = 3 \\
 \quad \quad x_1 - x_3 + x_4 = -2
 \end{array}
 \quad (-2; 1; 1; 1)$$

$$\begin{array}{l}
 -2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 5 \\
 \text{z) } \quad x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 3 \\
 \quad \quad -2x_1 - x_2 + 4x_3 = -3 \\
 \quad \quad -x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 8
 \end{array}
 \quad (4; 3; 2; 1)$$

Determinanty

Spočítejte následující determinanty:

1. $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$ [14]
2. $\begin{vmatrix} a & -2 \\ a-2 & 3 \end{vmatrix}$ $[5a-4]$
3. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ $[-21]$
4. $\begin{vmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -2 & -4 & 6 \end{vmatrix}$ [90]
5. $\begin{vmatrix} 17 & 8 & -15 \\ 19 & 9 & -17 \\ 7 & 3 & -5 \end{vmatrix}$ [0]
6. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 8 & 7 & 6 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ $[-104]$
7. $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ $[-9]$
8. $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ [12]
9. $\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$ [18]
10. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 12 & 2 \\ 7 & 4 & 8 & 1 \\ 4 & 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ [138]
11. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}$ [52]
12. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ $[-6]$
13. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 7 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ [952]
14. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 2 & -6 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & 6 & 2 \end{vmatrix}$ $[-57]$
15. $\begin{vmatrix} 6 & 12 & 30 & -18 \\ 3 & 0 & 5 & -5 \\ 4 & 5 & 15 & 0 \\ 2 & 3 & -20 & 3 \end{vmatrix}$ $[-10200]$
16. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ [80]
17. $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 4 & -3 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ [0]
18. $\begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 3 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ $[-35]$