Aritmetické vektory

Martina Šimůnková

Katedra aplikované matematiky

16. března 2008

Uspořádanou d-tici čísel $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_d \end{pmatrix}$ budeme nazývat **aritmetickým vektorem**.

Operace s aritmetickými vektory

- Sčítání
- Násobení číslem
- Lineární kombinace

Na této straně se bude ještě pracovat. Přibude definice operací - zatím najdete první dvě v prezentaci o maticích a třetí v prezentaci o geometrických vektorech.

Uspořádanou d-tici čísel $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_d \end{pmatrix}$ budeme nazývat **aritmetickým vektorem**.

Operace s aritmetickými vektory

- Sčítání
- Násobení číslem
- Lineární kombinace

Na této straně se bude ještě pracovat. Přibude definice operací - zatím najdete první dvě v prezentaci o maticích a třetí v prezentaci o geometrických vektorech.

Uspořádanou d-tici čísel $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_d \end{pmatrix}$ budeme nazývat **aritmetickým vektorem**.

Operace s aritmetickými vektory

- Sčítání
- Násobení číslem
- Lineární kombinace

Na této straně se bude ještě pracovat. Přibude definice operací - zatím najdete první dvě v prezentaci o maticích a třetí v prezentaci o geometrických vektorech.

Uspořádanou d-tici čísel $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_d \end{pmatrix}$ budeme nazývat **aritmetickým vektorem**.

Operace s aritmetickými vektory

- Sčítání
- Násobení číslem
- Lineární kombinace

Na této straně se bude ještě pracovat. Přibude definice operací - zatím najdete první dvě v prezentaci o maticích a třetí v prezentaci o geometrických vektorech.

Lineární kombinaci aritmetických vektorů můžeme vyjádřit pomocí maticového součinu. Například

$$-3\begin{pmatrix}7\\-5\\4\\2\end{pmatrix}+6\begin{pmatrix}1\\0\\-12\\4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}8\\-7\\-5\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&1&8\\-5&0&-7\\4&-12&-5\\2&4&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\6\\-1\end{pmatrix},$$

obecně

$$\alpha_1\boldsymbol{a}_1+\alpha_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+\alpha_n\boldsymbol{a}_n=\begin{pmatrix}\boldsymbol{a}_1&\boldsymbol{a}_2&\ldots&\boldsymbol{a}_n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1\\\alpha_2\\\vdots\\\alpha_n\end{pmatrix}.$$

Lineární kombinaci aritmetických vektorů můžeme vyjádřit pomocí maticového součinu. Například

$$-3\begin{pmatrix}7\\-5\\4\\2\end{pmatrix}+6\begin{pmatrix}1\\0\\-12\\4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}8\\-7\\-5\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&1&8\\-5&0&-7\\4&-12&-5\\2&4&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\6\\-1\end{pmatrix},$$

obecně

$$\alpha_1\boldsymbol{a}_1+\alpha_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+\alpha_n\boldsymbol{a}_n=\begin{pmatrix}\boldsymbol{a}_1 & \boldsymbol{a}_2 & \ldots & \boldsymbol{a}_n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1\\\alpha_2\\\vdots\\\alpha_n\end{pmatrix}.$$

- Souřadnice geometrického vektoru.
- Data určená ke zpracování.
- Diskrétní aproximaci funkce – nahrazením derivací diferencemi můžeme diferenciální rovnici převést na soustavu lineárních algebraických rovnic.
- Koeficienty mnohočlenu určitého stupně - místo s mnohočlenem $ax^2 + bx + c$ můžeme pracovat s aritmetickým vektorem $(a\ b\ c)^T$.

Na této straně se bude ještě pracovat. Především přibudou obrázky.

- Souřadnice geometrického vektoru.
- Data určená ke zpracování.
- Diskrétní aproximaci funkce – nahrazením derivací diferencemi můžeme diferenciální rovnici převést na soustavu lineárních algebraických rovnic.
- Koeficienty mnohočlenu určitého stupně - místo s mnohočlenem $ax^2 + bx + c$ můžeme pracovat s aritmetickým vektorem $(a\ b\ c)^T$.

Na této straně se bude ještě pracovat. Především přibudou obrázky.

- Souřadnice geometrického vektoru.
- Data určená ke zpracování.
- Diskrétní aproximaci funkce – nahrazením derivací diferencemi můžeme diferenciální rovnici převést na soustavu lineárních algebraických rovnic.
- Koeficienty mnohočlenu určitého stupně - místo s mnohočlenem $ax^2 + bx + c$ můžeme pracovat s aritmetickým vektorem $(a\ b\ c)^T$.

Na této straně se bude ještě pracovat. Především přibudou obrázky.

- Souřadnice geometrického vektoru.
- Data určená ke zpracování.
- Diskrétní aproximaci funkce – nahrazením derivací diferencemi můžeme diferenciální rovnici převést na soustavu lineárních algebraických rovnic.
- Koeficienty mnohočlenu určitého stupně - místo s mnohočlenem $ax^2 + bx + c$ můžeme pracovat s aritmetickým vektorem $(a\ b\ c)^T$.

Na této straně se bude ještě pracovat. Především přibudou obrázky.

Vlastnosti jsou obdobné jako pro geometrické vektory.

Na této straně se bude pracovat - časem sem vlastnosti překopíruji.

Připomeneme, jak jsme definovali *bazi* a *souřadnice vektoru vzhledem k bazi* pro geometrické vektory v rovině a 3D prostoru.

Připomeneme, jak jsme definovali *bazi* a *souřadnice vektoru vzhledem k bazi* pro geometrické vektory v rovině a 3D prostoru.

Bazi geometrických vektorů v rovině tvoří libovolná dvojice **nenulových** vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ **různých směrů**. Souřadnicemi vektoru $\vec{a}$ vzhledem k této bazi jsou koeficienty v lineární kombinaci

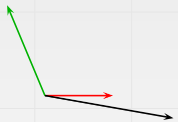
$$\vec{a} = 1.75\,\vec{u} - 0.25\,\vec{v}$$

a zapisujeme je do sloupců jako aritmetický vektor $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1.75 \\ -0.25 \end{pmatrix}$.

Situace v trojrozměrném prostoru je obdobná - baze je tvořena třemi nenulovými vektory, které neleží v jedné společné rovině.

Důležitou vlastností je: pro danou bazi a daný vektor jsou souřadnice jednoznačně určené.

Připomeneme, jak jsme definovali *bazi* a *souřadnice vektoru vzhledem k bazi* pro geometrické vektory v rovině a 3D prostoru.



Bazi geometrických vektorů v rovině tvoří libovolná dvojice **nenulových** vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ **různých směrů**. Souřadnicemi vektoru $\vec{a}$ vzhledem k této bazi jsou koeficienty v lineární kombinaci

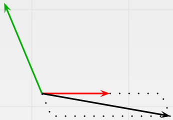
$$\vec{a} = 1.75\,\vec{u} - 0.25\,\vec{v}$$

a zapisujeme je do sloupců jako aritmetický vektor $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1.75 \\ -0.25 \end{pmatrix}$.

Situace v trojrozměrném prostoru je obdobná - baze je tvořena třemi nenulovými vektory, které neleží v jedné společné rovině.

Důležitou vlastností je: pro danou bazi a daný vektor jsou souřadnice jednoznačně určené.

Připomeneme, jak jsme definovali *bazi* a *souřadnice vektoru vzhledem k bazi* pro geometrické vektory v rovině a 3D prostoru.



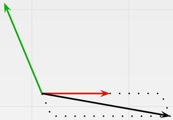
Bazi geometrických vektorů v rovině tvoří libovolná dvojice **nenulových** vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ **různých směrů**. Souřadnicemi vektoru $\vec{a}$ vzhledem k této bazi jsou koeficienty v lineární kombinaci $\vec{a} = 1.75\,\vec{u} - 0.25\,\vec{v}$

a zapisujeme je do sloupců jako aritmetický vektor $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1.75 \\ -0.25 \end{pmatrix}$.

Situace v trojrozměrném prostoru je obdobná - baze je tvořena třemi nenulovými vektory, které neleží v jedné společné rovině.

Důležitou vlastností je: pro danou bazi a daný vektor jsou souřadnice jednoznačně určené.

Připomeneme, jak jsme definovali *bazi* a *souřadnice vektoru vzhledem k bazi* pro geometrické vektory v rovině a 3D prostoru.



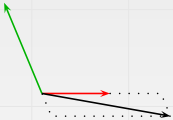
Bazi geometrických vektorů v rovině tvoří libovolná dvojice **nenulových** vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ **různých směrů**. Souřadnicemi vektoru $\vec{a}$ vzhledem k této bazi jsou koeficienty v lineární kombinaci $\vec{a} = 1.75\,\vec{u} - 0.25\,\vec{v}$

a zapisujeme je do sloupců jako aritmetický vektor $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1.75 \\ -0.25 \end{pmatrix}$.

Situace v trojrozměrném prostoru je obdobná - baze je tvořena třemi nenulovými vektory, které neleží v jedné společné rovině.

Důležitou vlastností je: pro danou bazi a daný vektor jsou souřadnice jednoznačně určené.

Připomeneme, jak jsme definovali *bazi* a *souřadnice vektoru vzhledem k bazi* pro geometrické vektory v rovině a 3D prostoru.



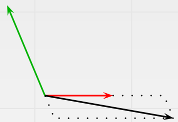
Bazi geometrických vektorů v rovině tvoří libovolná dvojice **nenulových** vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ **různých směrů**. Souřadnicemi vektoru $\vec{a}$ vzhledem k této bazi jsou koeficienty v lineární kombinaci $\vec{a} = 1.75\,\vec{u} - 0.25\,\vec{v}$

a zapisujeme je do sloupců jako aritmetický vektor $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1.75 \\ -0.25 \end{pmatrix}$.

Situace v trojrozměrném prostoru je obdobná - baze je tvořena třemi nenulovými vektory, které neleží v jedné společné rovině.

Důležitou vlastností je: pro danou bazi a daný vektor jsou souřadnice jednoznačně určené.

Připomeneme, jak jsme definovali *bazi* a *souřadnice vektoru vzhledem k bazi* pro geometrické vektory v rovině a 3D prostoru.



Bazi geometrických vektorů v rovině tvoří libovolná dvojice **nenulových** vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ **různých směrů**. Souřadnicemi vektoru $\vec{a}$ vzhledem k této bazi jsou koeficienty v lineární kombinaci $\vec{a} = 1.75\,\vec{u} - 0.25\,\vec{v}$

a zapisujeme je do sloupců jako aritmetický vektor $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1.75 \\ -0.25 \end{pmatrix}$.

Situace v trojrozměrném prostoru je obdobná - baze je tvořena třemi nenulovými vektory, které neleží v jedné společné rovině.

Důležitou vlastností je: pro danou bazi a daný vektor jsou souřadnice jednoznačně určené.

Chceme, analogicky jako pro geometrické vektory, definovat souřadnice aritmetického vektoru $\boldsymbol{u}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_n\}$ jako koeficienty $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{u} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n.$$

Přirozeným požadavkem je, aby tyto koeficienty existovaly a aby byly vektorem $\boldsymbol{u}$ jednoznačně určeny.

To nás vede k definici: Množinu vektorů $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n\}$ nazveme **bazí vektorového prostoru** $\mathbb{R}^d$, pokud

1. Každý vektor $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ je možné vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů množiny $\mathcal{A}$.
2. Toto vyjádření je vektorem $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ a bazí $\mathcal{A}$ jednoznačně určené.

Na následujících slajdech tyto podmínky vysvětlíme na příkladech.

Chceme, analogicky jako pro geometrické vektory, definovat souřadnice aritmetického vektoru $\boldsymbol{u}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$ jako koeficienty $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{u} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n.$$

Přirozeným požadavkem je, aby tyto koeficienty existovaly a aby byly vektorem $\boldsymbol{u}$ jednoznačně určeny.

To nás vede k definici: Množinu vektorů $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$ nazveme **bazí vektorového prostoru** $\mathbb{R}^d$, pokud

1. Každý vektor $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ je možné vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů množiny $\mathcal{A}$.
2. Toto vyjádření je vektorem $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ a bazí $\mathcal{A}$ jednoznačně určené.

Na následujících slajdech tyto podmínky vysvětlíme na příkladech.

Chceme, analogicky jako pro geometrické vektory, definovat souřadnice aritmetického vektoru $\boldsymbol{u}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$ jako koeficienty $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{u} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n.$$

Přirozeným požadavkem je, aby tyto koeficienty existovaly a aby byly vektorem $\boldsymbol{u}$ jednoznačně určeny.

To nás vede k definici: Množinu vektorů $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$ nazveme **bazí vektorového prostoru** $\mathbb{R}^d$, pokud

1. Každý vektor $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ je možné vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů množiny $\mathcal{A}$.
2. Toto vyjádření je vektorem $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ a bazí $\mathcal{A}$ jednoznačně určené.

Na následujících slajdech tyto podmínky vysvětlíme na příkladech.

Chceme, analogicky jako pro geometrické vektory, definovat souřadnice aritmetického vektoru $\boldsymbol{u}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$ jako koeficienty $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{u} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n.$$

Přirozeným požadavkem je, aby tyto koeficienty existovaly a aby byly vektorem $\boldsymbol{u}$ jednoznačně určeny.

To nás vede k definici: Množinu vektorů $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$ nazveme **bazí vektorového prostoru** $\mathbb{R}^d$, pokud

1. Každý vektor $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ je možné vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů množiny $\mathcal{A}$.
2. Toto vyjádření je vektorem $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ a bazí $\mathcal{A}$ jednoznačně určené.

Na následujících slajdech tyto podmínky vysvětlíme na příkladech.

Chceme, analogicky jako pro geometrické vektory, definovat souřadnice aritmetického vektoru $\boldsymbol{u}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$ jako koeficienty $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{u} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n.$$

Přirozeným požadavkem je, aby tyto koeficienty existovaly a aby byly vektorem $\boldsymbol{u}$ jednoznačně určeny.

To nás vede k definici: Množinu vektorů $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$ nazveme **bazí vektorového prostoru** $\mathbb{R}^d$, pokud

1. Každý vektor $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ je možné vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů množiny $\mathcal{A}$.
2. Toto vyjádření je vektorem $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ a bazí $\mathcal{A}$ jednoznačně určené.

Na následujících slajdech tyto podmínky vysvětlíme na příkladech.

Chceme, analogicky jako pro geometrické vektory, definovat souřadnice aritmetického vektoru $\boldsymbol{u}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$ jako koeficienty $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{u} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n.$$

Přirozeným požadavkem je, aby tyto koeficienty existovaly a aby byly vektorem $\boldsymbol{u}$ jednoznačně určeny.

To nás vede k definici: Množinu vektorů $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$ nazveme **bazí vektorového prostoru** $\mathbb{R}^d$, pokud

1. Každý vektor $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ je možné vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů množiny $\mathcal{A}$.
2. Toto vyjádření je vektorem $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^d$ a bazí $\mathcal{A}$ jednoznačně určené.

Na následujících slajdech tyto podmínky vysvětlíme na příkladech.

1. Kolika způsoby je možné vyjádřit vektor $\boldsymbol{a} = (0, -3, 13)^T$ jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b} = (2, -1, 3)^T$, $\boldsymbol{c} = (-3, 0, 2)^T$, $\boldsymbol{d} = (1, -2, 8)^T$? Je-li to možné, napište dvě případně jedno toto vyjádření.
2. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{d}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{d}} = (1, -2, 5)$.
3. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{a}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{a}} = (0, -3, 7)$.

Ve všech příkladech hledáme koeficienty x, y, z v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{a} = x\boldsymbol{b} + y\boldsymbol{c} + z\boldsymbol{d}.$$

V 1. příkladu upravíme tuto lineární kombinaci na soustavu

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 13. \end{aligned}$$

1. Kolika způsoby je možné vyjádřit vektor $\boldsymbol{a} = (0,\ -3,\ 13)^T$ jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b} = (2,\ -1,\ 3)^T$, $\boldsymbol{c} = (-3,\ 0,\ 2)^T$, $\boldsymbol{d} = (1,\ -2,\ 8)^T$? Je-li to možné, napište dvě případně jedno toto vyjádření.
2. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{d}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{d}} = (1,\ -2,\ 5)$.
3. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{a}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{a}} = (0,\ -3,\ 7)$.

Ve všech příkladech hledáme koeficienty x, y, z v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{a} = x\boldsymbol{b} + y\boldsymbol{c} + z\boldsymbol{d}.$$

V 1. příkladu upravíme tuto lineární kombinaci na soustavu

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 13. \end{aligned}$$

1. Kolika způsoby je možné vyjádřit vektor $\boldsymbol{a} = (0,\ -3,\ 13)^T$ jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b} = (2,\ -1,\ 3)^T$, $\boldsymbol{c} = (-3,\ 0,\ 2)^T$, $\boldsymbol{d} = (1,\ -2,\ 8)^T$? Je-li to možné, napište dvě případně jedno toto vyjádření.
2. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{d}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{d}} = (1,\ -2,\ 5)$.
3. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{a}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{a}} = (0,\ -3,\ 7)$.

Ve všech příkladech hledáme koeficienty x, y, z v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{a} = x\boldsymbol{b} + y\boldsymbol{c} + z\boldsymbol{d}.$$

V 1. příkladu upravíme tuto lineární kombinaci na soustavu

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 13. \end{aligned}$$

1. **Kolika způsoby je možné vyjádřit vektor $\boldsymbol{a} = (0,\ -3,\ 13)^T$ jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b} = (2,\ -1,\ 3)^T$, $\boldsymbol{c} = (-3,\ 0,\ 2)^T$, $\boldsymbol{d} = (1,\ -2,\ 8)^T$? Je-li to možné, napište dvě případně jedno toto vyjádření.**
2. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{d}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{d}} = (1,\ -2,\ 5)$.
3. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{a}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{a}} = (0,\ -3,\ 7)$.

Ve všech příkladech hledáme koeficienty x, y, z v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{a} = x\boldsymbol{b} + y\boldsymbol{c} + z\boldsymbol{d}.$$

V 1. příkladu upravíme tuto lineární kombinaci na soustavu

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 13. \end{aligned}$$

1. Kolika způsoby je možné vyjádřit vektor $\boldsymbol{a} = (0,\ -3,\ 13)^T$ jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b} = (2,\ -1,\ 3)^T$, $\boldsymbol{c} = (-3,\ 0,\ 2)^T$, $\boldsymbol{d} = (1,\ -2,\ 8)^T$? Je-li to možné, napište dvě případně jedno toto vyjádření.
2. **Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{d}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{d}} = (1,\ -2,\ 5)$.**
3. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{a}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{a}} = (0,\ -3,\ 7)$.

Ve všech příkladech hledáme koeficienty x, y, z v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{a} = x\boldsymbol{b} + y\boldsymbol{c} + z\tilde{\boldsymbol{d}}.$$

V 1. příkladu upravíme tuto lineární kombinaci na soustavu

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 13. \end{aligned}$$

1. Kolika způsoby je možné vyjádřit vektor $\boldsymbol{a} = (0,\ -3,\ 13)^T$ jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b} = (2,\ -1,\ 3)^T$, $\boldsymbol{c} = (-3,\ 0,\ 2)^T$, $\boldsymbol{d} = (1,\ -2,\ 8)^T$? Je-li to možné, napište dvě případně jedno toto vyjádření.
2. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{d}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{d}} = (1,\ -2,\ 5)$.
3. **Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{a}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{a}} = (0,\ -3,\ 7)$.**

Ve všech příkladech hledáme koeficienty x, y, z v lineární kombinaci

$$\tilde{\boldsymbol{a}} = x\boldsymbol{b} + y\boldsymbol{c} + z\boldsymbol{d}.$$

V 1. příkladu upravíme tuto lineární kombinaci na soustavu

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 13. \end{aligned}$$

1. Kolika způsoby je možné vyjádřit vektor $\boldsymbol{a} = (0,\ -3,\ 13)^T$ jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b} = (2,\ -1,\ 3)^T$, $\boldsymbol{c} = (-3,\ 0,\ 2)^T$, $\boldsymbol{d} = (1,\ -2,\ 8)^T$? Je-li to možné, napište dvě případně jedno toto vyjádření.
2. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{d}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{d}} = (1,\ -2,\ 5)$.
3. Zaměňte v 1. příkladu vektor $\boldsymbol{a}$ za vektor $\tilde{\boldsymbol{a}} = (0,\ -3,\ 7)$.

Ve všech příkladech hledáme koeficienty x, y, z v lineární kombinaci

$$\boldsymbol{a} = x\boldsymbol{b} + y\boldsymbol{c} + z\boldsymbol{d}.$$

V 1. příkladu upravíme tuto lineární kombinaci na soustavu

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 13. \end{aligned}$$

Soustava má nekonečně mnoho řešení - vektor $\boldsymbol{a}$ je tedy možné vyjádřit nekonečně mnoha způsoby jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$. Volbou například $x = 0$, $x = 1$ dostaneme dvě lineární kombinace: $\boldsymbol{a} = \frac{1}{2}\boldsymbol{c} + \frac{3}{2}\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}$.

V 2. příkladu má soustava

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 5z &= 13. \end{aligned}$$

právě jedno řešení a příslušná, jediná, lineární kombinace je $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$.

Soustava má nekonečně mnoho řešení - vektor $\boldsymbol{a}$ je tedy možné vyjádřit nekonečně mnoha způsoby jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$. Volbou například $x = 0$, $x = 1$ dostaneme dvě lineární kombinace: $\boldsymbol{a} = \frac{1}{2}\boldsymbol{c} + \frac{3}{2}\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}$.

V 2. příkladu má soustava

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 5z &= 13. \end{aligned}$$

právě jedno řešení a příslušná, jediná, lineární kombinace je $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$.

Ve 3. příkladu soustava

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 7. \end{aligned}$$

nemá řešení a vektor $\boldsymbol{a}$ tedy není možné vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$.

Souvislosti s podmmínkami 1, 2 v definici baze:

1. V 1. příkladu není splněna 2. podmínka.
2. V 2. příkladu jsou pro vektor $\boldsymbol{a}$ splněny obě podmínky, ale nevíme, jestli jsou splněny i pro ostatní vektory.
3. Ve 3. příkladu není splněna 1. podmínka.

Ve 3. příkladu soustava

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 7. \end{aligned}$$

nemá řešení a vektor $\boldsymbol{a}$ tedy není možné vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$.

Souvislosti s podmmínkami 1, 2 v definici baze:

1. V 1. příkladu není splněna 2. podmínka.
2. V 2. příkladu jsou pro vektor $\boldsymbol{a}$ splněny obě podmínky, ale nevíme, jestli jsou splněny i pro ostatní vektory.
3. Ve 3. příkladu není splněna 1. podmínka.

Ve 3. příkladu soustava

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 7. \end{aligned}$$

nemá řešení a vektor $\boldsymbol{a}$ tedy není možné vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$.

Souvislosti s podmmínkami 1, 2 v definici baze:

1. V 1. příkladu není splněna 2. podmínka.
2. V 2. příkladu jsou pro vektor $\boldsymbol{a}$ splněny obě podmínky, ale nevíme, jestli jsou splněny i pro ostatní vektory.
3. Ve 3. příkladu není splněna 1. podmínka.

Ve 3. příkladu soustava

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 7. \end{aligned}$$

nemá řešení a vektor ***a*** tedy není možné vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů ***b***, ***c***, ***d***.

Souvislosti s podmmínkami 1, 2 v definici baze:

1. V 1. příkladu není splněna 2. podmínka.
2. V 2. příkladu jsou pro vektor ***a*** splněny obě podmínky, ale nevíme, jestli jsou splněny i pro ostatní vektory.
3. Ve 3. příkladu není splněna 1. podmínka.

Ve 3. příkladu soustava

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ -x - 2z &= -3 \\ 3x + 2y + 8z &= 7. \end{aligned}$$

nemá řešení a vektor ***a*** tedy není možné vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů ***b***, ***c***, ***d***.

Souvislosti s podmmínkami 1, 2 v definici baze:

1. V 1. příkladu není splněna 2. podmínka.
2. V 2. příkladu jsou pro vektor ***a*** splněny obě podmínky, ale nevíme, jestli jsou splněny i pro ostatní vektory.
3. Ve 3. příkladu není splněna 1. podmínka.

Ukážeme si na 1. příkladu jeden důsledek nesplnění 2. podmínky definice baze. Pro vektor $\boldsymbol{a}$ jsme našli dvě lineární kombinace:

$$\boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d}, \qquad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}.$$

Jejich odečtením dostaneme

$$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d} - (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d})$$

a po úpravě $\quad \boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}.$

Přičteme-li tento vztah k $\quad \boldsymbol{u} = \alpha\boldsymbol{b} + \beta\boldsymbol{c} + \gamma\boldsymbol{d}$

dostaneme $\quad \boldsymbol{u} = (\alpha - 1)\boldsymbol{b} + (\beta - \tfrac{1}{2})\boldsymbol{c} + (\gamma + \tfrac{1}{2})\boldsymbol{d}.$

Podmínka 2 je tedy buď splněna pro každý vektor nebo pro žádný. A zároveň je 2. podmínka ekvivalentní s neexistencí lineární kombinace typu $\boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}$ (více v následující kapitole).

Ukážeme si na 1. příkladu jeden důsledek nesplnění 2. podmínky definice baze. Pro vektor $\boldsymbol{a}$ jsme našli dvě lineární kombinace:

$$\boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d}, \qquad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}.$$

Jejich odečtením dostaneme

$$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d} - (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d})$$

a po úpravě $\quad \boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}.$

Přičteme-li tento vztah k $\quad \boldsymbol{u} = \alpha\boldsymbol{b} + \beta\boldsymbol{c} + \gamma\boldsymbol{d}$

dostaneme $\quad \boldsymbol{u} = (\alpha - 1)\boldsymbol{b} + (\beta - \tfrac{1}{2})\boldsymbol{c} + (\gamma + \tfrac{1}{2})\boldsymbol{d}.$

Podmínka 2 je tedy buď splněna pro každý vektor nebo pro žádný.
A zároveň je 2. podmínka ekvivalentní s neexistencí lineární kombinace typu $\boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}$ (více v následující kapitole).

Ukážeme si na 1. příkladu jeden důsledek nesplnění 2. podmínky definice baze. Pro vektor $\boldsymbol{a}$ jsme našli dvě lineární kombinace:

$$\boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d}, \qquad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}.$$

Jejich odečtením dostaneme

$$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d} - (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d})$$

a po úpravě $\quad \boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}.$

Přičteme-li tento vztah k $\quad \boldsymbol{u} = \alpha\boldsymbol{b} + \beta\boldsymbol{c} + \gamma\boldsymbol{d}$

dostaneme $\quad \boldsymbol{u} = (\alpha - 1)\boldsymbol{b} + (\beta - \tfrac{1}{2})\boldsymbol{c} + (\gamma + \tfrac{1}{2})\boldsymbol{d}.$

Podmínka 2 je tedy buď splněna pro každý vektor nebo pro žádný. A zároveň je 2. podmínka ekvivalentní s neexistencí lineární kombinace typu $\boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}$ (více v následující kapitole).

Ukážeme si na 1. příkladu jeden důsledek nesplnění 2. podmínky definice baze. Pro vektor $\boldsymbol{a}$ jsme našli dvě lineární kombinace:

$$\boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d}, \qquad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}.$$

Jejich odečtením dostaneme

$$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d} - (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d})$$

a po úpravě $\quad \boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}.$

Přičteme-li tento vztah k $\quad \boldsymbol{u} = \alpha\boldsymbol{b} + \beta\boldsymbol{c} + \gamma\boldsymbol{d}$

dostaneme $\quad \boldsymbol{u} = (\alpha - 1)\boldsymbol{b} + (\beta - \tfrac{1}{2})\boldsymbol{c} + (\gamma + \tfrac{1}{2})\boldsymbol{d}.$

Podmínka 2 je tedy buď splněna pro každý vektor nebo pro žádný. A zároveň je 2. podmínka ekvivalentní s neexistencí lineární kombinace typu $\boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}$ (více v následující kapitole).

Ukážeme si na 1. příkladu jeden důsledek nesplnění 2. podmínky definice baze. Pro vektor $\boldsymbol{a}$ jsme našli dvě lineární kombinace:

$$\boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d}, \qquad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}.$$

Jejich odečtením dostaneme

$$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d} - (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d})$$

a po úpravě $\quad \boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}.$

Přičteme-li tento vztah k $\quad \boldsymbol{u} = \alpha\boldsymbol{b} + \beta\boldsymbol{c} + \gamma\boldsymbol{d}$

dostaneme $\quad \boldsymbol{u} = (\alpha - 1)\boldsymbol{b} + (\beta - \tfrac{1}{2})\boldsymbol{c} + (\gamma + \tfrac{1}{2})\boldsymbol{d}.$

Podmínka 2 je tedy buď splněna pro každý vektor nebo pro žádný. A zároveň je 2. podmínka ekvivalentní s neexistencí lineární kombinace typu $\boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}$ (více v následující kapitole).

Ukážeme si na 1. příkladu jeden důsledek nesplnění 2. podmínky definice baze. Pro vektor $\boldsymbol{a}$ jsme našli dvě lineární kombinace:

$$\boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d}, \qquad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}.$$

Jejich odečtením dostaneme

$$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d} - (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d})$$

a po úpravě $\quad \boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}.$

Přičteme-li tento vztah k $\quad \boldsymbol{u} = \alpha\boldsymbol{b} + \beta\boldsymbol{c} + \gamma\boldsymbol{d}$

dostaneme $\quad \boldsymbol{u} = (\alpha - 1)\boldsymbol{b} + (\beta - \tfrac{1}{2})\boldsymbol{c} + (\gamma + \tfrac{1}{2})\boldsymbol{d}.$

Podmínka 2 je tedy buď splněna pro každý vektor nebo pro žádný.
A zároveň je 2. podmínka ekvivalentní s neexistencí lineární kombinace typu $\boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}$ (více v následující kapitole).

Ukážeme si na 1. příkladu jeden důsledek nesplnění 2. podmínky definice baze. Pro vektor $\boldsymbol{a}$ jsme našli dvě lineární kombinace:

$$\boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d}, \qquad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}.$$

Jejich odečtením dostaneme

$$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d} - (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d})$$

a po úpravě $\quad \boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}.$

Přičteme-li tento vztah k $\quad \boldsymbol{u} = \alpha\boldsymbol{b} + \beta\boldsymbol{c} + \gamma\boldsymbol{d}$

dostaneme $\quad \boldsymbol{u} = (\alpha - 1)\boldsymbol{b} + (\beta - \tfrac{1}{2})\boldsymbol{c} + (\gamma + \tfrac{1}{2})\boldsymbol{d}.$

Podmínka 2 je tedy buď splněna pro každý vektor nebo pro žádný.

A zároveň je 2. podmínka ekvivalentní s neexistencí lineární kombinace typu $\boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}$ (více v následující kapitole).

Ukážeme si na 1. příkladu jeden důsledek nesplnění 2. podmínky definice baze. Pro vektor $\boldsymbol{a}$ jsme našli dvě lineární kombinace:

$$\boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d}, \qquad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}.$$

Jejich odečtením dostaneme

$$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{a} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{3}{2}\boldsymbol{d} - (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d})$$

a po úpravě $\quad \boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}.$

Přičteme-li tento vztah k $\quad \boldsymbol{u} = \alpha\boldsymbol{b} + \beta\boldsymbol{c} + \gamma\boldsymbol{d}$

dostaneme $\quad \boldsymbol{u} = (\alpha - 1)\boldsymbol{b} + (\beta - \tfrac{1}{2})\boldsymbol{c} + (\gamma + \tfrac{1}{2})\boldsymbol{d}.$

Podmínka 2 je tedy buď splněna pro každý vektor nebo pro žádný.
A zároveň je 2. podmínka ekvivalenní s neexistencí lineární kombinace typu $\boldsymbol{o} = -\boldsymbol{b} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{c} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{d}$ (více v následující kapitole).

Lineání kombinaci

$$\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{u}_n,$$

ve které jsou všechny koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ nulové, nazýváme **triviání lineární kombinací** – asi proto, že z vlastností operací s aritmetickými vektory „triviáně plyne, že je rovna nulovému vektoru.“ Lineární kombinaci, ve které je alespoň jeden z koeficient nenulový, nazýváme **netriviání lineání kombinací.** Vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ nazýváme **lineárně závislými**, pokud existuje jejich netriviání lineární kombinace, které je rovna nulovému vektoru. Pokud taková netriviální lineární kombinace neexistuje, nazýváme vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ **lineárně nezávislými**.

Lineání kombinaci

$$\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{u}_n,$$

ve které jsou všechny koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ nulové, nazýváme **triviání lineární kombinací** – asi proto, že z vlastností operací s aritmetickými vektory „triviáně plyne, že je rovna nulovému vektoru.“ Lineární kombinaci, ve které je alespoň jeden z koeficient nenulový, nazýváme **netriviání lineání kombinací.** Vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ nazýváme **lineárně závislými**, pokud existuje jejich netriviání lineární kombinace, které je rovna nulovému vektoru. Pokud taková netriviální lineární kombinace neexistuje, nazýváme vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ **lineárně nezávislými**.

Lineání kombinaci

$$\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{u}_n,$$

ve které jsou všechny koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ nulové, nazýváme **triviání lineární kombinací** – asi proto, že z vlastností operací s aritmetickými vektory „triviáně plyne, že je rovna nulovému vektoru.“ Lineární kombinaci, ve které je alespoň jeden z koeficient nenulový, nazýváme **netriviání lineání kombinací.** Vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ nazýváme **lineárně závislými**, pokud existuje jejich netriviání lineární kombinace, které je rovna nulovému vektoru. Pokud taková netriviální lineární kombinace neexistuje, nazýváme vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ **lineárně nezávislými**.

Lineání kombinaci

$$\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{u}_n,$$

ve které jsou všechny koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ nulové, nazýváme **triviání lineární kombinací** – asi proto, že z vlastností operací s aritmetickými vektory „triviáně plyne, že je rovna nulovému vektoru.“ Lineární kombinaci, ve které je alespoň jeden z koeficient nenulový, nazýváme **netriviání lineání kombinací.** Vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ nazýváme **lineárně závislými**, pokud existuje jejich netriviání lineární kombinace, které je rovna nulovému vektoru. Pokud taková netriviální lineární kombinace neexistuje, nazýváme vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ **lineárně nezávislými**.

Lineání kombinaci

$$\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{u}_n,$$

ve které jsou všechny koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ nulové, nazýváme **triviání lineární kombinací** – asi proto, že z vlastností operací s aritmetickými vektory „triviáně plyne, že je rovna nulovému vektoru.“ Lineární kombinaci, ve které je alespoň jeden z koeficient nenulový, nazýváme **netriviání lineání kombinací.** Vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ nazýváme **lineárně závislými**, pokud existuje jejich netriviání lineární kombinace, které je rovna nulovému vektoru. Pokud taková netriviální lineární kombinace neexistuje, nazýváme vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ **lineárně nezávislými**.

Lineání kombinaci

$$\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{u}_n,$$

ve které jsou všechny koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ nulové, nazýváme **triviání lineární kombinací** – asi proto, že z vlastností operací s aritmetickými vektory „triviáně plyne, že je rovna nulovému vektoru.“ Lineární kombinaci, ve které je alespoň jeden z koeficient nenulový, nazýváme **netriviání lineání kombinací.** Vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ nazýváme **lineárně závislými**, pokud existuje jejich netriviání lineární kombinace, které je rovna nulovému vektoru. Pokud taková netriviální lineární kombinace neexistuje, nazýváme vektory $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ **lineárně nezávislými**.

Ukážeme jeden důsledek lineární závislosti skupiny vektorů (pro zjednodušení to ukážeme pro skupinu pěti vektorů). Je-li například $\alpha_4 \neq 0$, můžeme z

$$\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \alpha_3 \boldsymbol{u}_3 + \alpha_4 \boldsymbol{u}_4 + \alpha_5 \boldsymbol{u}_5 = \boldsymbol{o}$$

vyjádřit $\boldsymbol{u}_4$

$$\boldsymbol{u}_4 = -\frac{1}{\alpha_4}(\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \alpha_3 \boldsymbol{u}_3 + \alpha_5 \boldsymbol{u}_5).$$

Platí: Jsou-li vektory lineárně závislé můžeme některý z nich vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních (ve skutečnosti každý u něhož je koeficient v netriviální lineární kombinaci rovné nulovému vektoru nenulový). (To zhruba znamená, že „ve skupině vektorů je některý navíc“.)

Platí i opak: pokud je možné vyjádřit některý aritmetický vektor z množiny vektorů jako lineární kombinaci ostatních, je tato množina vektorů lineárně závislá.

Ukážeme jeden důsledek lineární závislosti skupiny vektorů (pro zjednodušení to ukážeme pro skupinu pěti vektorů). Je-li například $\alpha_4 \neq 0$, můžeme z

$$\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \alpha_3 \boldsymbol{u}_3 + \alpha_4 \boldsymbol{u}_4 + \alpha_5 \boldsymbol{u}_5 = \boldsymbol{o}$$

vyjádřit $\boldsymbol{u}_4$

$$\boldsymbol{u}_4 = -\frac{1}{\alpha_4}(\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \alpha_3 \boldsymbol{u}_3 + \alpha_5 \boldsymbol{u}_5).$$

Platí: Jsou-li vektory lineárně závislé můžeme některý z nich vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních (ve skutečnosti každý u něhož je koeficient v netriviální lineární kombinaci rovné nulovému vektoru nenulový). (To zhruba znamená, že „ve skupině vektorů je některý navíc“.)

Platí i opak: pokud je možné vyjádřit některý aritmetický vektor z množiny vektorů jako lineární kombinaci ostatních, je tato množina vektorů lineárně závislá.

Ukážeme jeden důsledek lineární závislosti skupiny vektorů (pro zjednodušení to ukážeme pro skupinu pěti vektorů). Je-li například $\alpha_4 \neq 0$, můžeme z

$$\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \alpha_3 \boldsymbol{u}_3 + \alpha_4 \boldsymbol{u}_4 + \alpha_5 \boldsymbol{u}_5 = \boldsymbol{o}$$

vyjádřit $\boldsymbol{u}_4$

$$\boldsymbol{u}_4 = -\frac{1}{\alpha_4}(\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \alpha_3 \boldsymbol{u}_3 + \alpha_5 \boldsymbol{u}_5).$$

Platí: Jsou-li vektory lineárně závislé můžeme některý z nich vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních (ve skutečnosti každý u něhož je koeficient v netriviální lineární kombinaci rovné nulovému vektoru nenulový). (To zhruba znamená, že „ve skupině vektorů je některý navíc“.)

Platí i opak: pokud je možné vyjádřit některý aritmetický vektor z množiny vektorů jako lineární kombinaci ostatních, je tato množina vektorů lineárně závislá.

Ukážeme jeden důsledek lineární závislosti skupiny vektorů (pro zjednodušení to ukážeme pro skupinu pěti vektorů). Je-li například $\alpha_4 \neq 0$, můžeme z

$$\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \alpha_3 \boldsymbol{u}_3 + \alpha_4 \boldsymbol{u}_4 + \alpha_5 \boldsymbol{u}_5 = \boldsymbol{o}$$

vyjádřit $\boldsymbol{u}_4$

$$\boldsymbol{u}_4 = -\frac{1}{\alpha_4}(\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \alpha_3 \boldsymbol{u}_3 + \alpha_5 \boldsymbol{u}_5).$$

Platí: Jsou-li vektory lineárně závislé můžeme některý z nich vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních (ve skutečnosti každý u něhož je koeficient v netriviální lineární kombinaci rovné nulovému vektoru nenulový). (To zhruba znamená, že „ve skupině vektorů je některý navíc“.)

Platí i opak: pokud je možné vyjádřit některý aritmetický vektor z množiny vektorů jako lineární kombinaci ostatních, je tato množina vektorů lineárně závislá.

Ukážeme jeden důsledek lineární závislosti skupiny vektorů (pro zjednodušení to ukážeme pro skupinu pěti vektorů). Je-li například $\alpha_4 \neq 0$, můžeme z

$$\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \alpha_3 \boldsymbol{u}_3 + \alpha_4 \boldsymbol{u}_4 + \alpha_5 \boldsymbol{u}_5 = \boldsymbol{o}$$

vyjádřit $\boldsymbol{u}_4$

$$\boldsymbol{u}_4 = -\frac{1}{\alpha_4}(\alpha_1 \boldsymbol{u}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{u}_2 + \alpha_3 \boldsymbol{u}_3 + \alpha_5 \boldsymbol{u}_5).$$

Platí: Jsou-li vektory lineárně závislé můžeme některý z nich vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních (ve skutečnosti každý u něhož je koeficient v netriviální lineární kombinaci rovné nulovému vektoru nenulový). (To zhruba znamená, že „ve skupině vektorů je některý navíc“.)

Platí i opak: pokud je možné vyjádřit některý aritmetický vektor z množiny vektorů jako lineární kombinaci ostatních, je tato množina vektorů lineárně závislá.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrických vektorů v rovině, případně v 3D prostoru.

Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrickýh vektorů v rovině, případně v 3D prostoru. Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrických vektorů v rovině, případně v 3D prostoru. Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrických vektorů v rovině, případně v 3D prostoru. Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrických vektorů v rovině, případně v 3D prostoru. Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrických vektorů v rovině, případně v 3D prostoru. Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Z uvedeného (a z předchozího slajdu) plyne

- Obsahuje-li skupina vektorů nulový vektor, je lineární závislá.
- Obsahuje-li dva vektory stejného směru, je lineárně závislá.
- Obsahuje-li tři vektory ležící v jedné rovině, je lineárně závislá.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrickýh vektorů v rovině, případně v 3D prostoru. Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Z uvedeného (a z předchozího slajdu) plyne

- Obsahuje-li skupina vektorů nulový vektor, je lineární závislá.
- Obsahuje-li dva vektory stejného směru, je lineárně závislá.
- Obsahuje-li tři vektory ležící v jedné rovině, je lineárně závislá.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrických vektorů v rovině, případně v 3D prostoru. Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Z uvedeného (a z předchozího slajdu) plyne

- Obsahuje-li skupina vektorů nulový vektor, je lineární závislá.
- Obsahuje-li dva vektory stejného směru, je lineárně závislá.
- Obsahuje-li tři vektory ležící v jedné rovině, je lineárně závislá.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrickývh vektorů v rovině, případně v 3D prostoru. Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Z uvedeného (a z předchozího slajdu) plyne

- Obsahuje-li skupina vektorů nulový vektor, je lineární závislá.
- Obsahuje-li dva vektory stejného směru, je lineárně závislá.
- Obsahuje-li tři vektory ležící v jedné rovině, je lineárně závislá.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrických vektorů v rovině, případně v 3D prostoru. Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Příklady skupin vektorů, které jsou lineárně nezávslé:

- jeden nenulový vektor,
- dva nenulové vektory různých směrů,
- tři nenulové vektory neležící ve společné rovině.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrických vektorů v rovině, případně v 3D prostoru. Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Příklady skupin vektorů, které jsou lineárně nezávslé:

- jeden nenulový vektor,
- dva nenulové vektory různých směrů,
- tři nenulové vektory neležící ve společné rovině.

Aritmetické vektory z $\mathbb{R}^2$, případně $\mathbb{R}^3$, si můžeme představit jako souřadnice geometrických vektorů v rovině, případně v 3D prostoru. Abychom zjistili geometrický význam lineární závislosti a nezávislosti, je teba si uvědomit:

- Lineární kombinací (tj. násobkem) nulového vektoru je pouze nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi (tj. násobkem) nenulového vektoru jsou všechny vektory stejného směru a nulový vektor.
- Lineárními kombinacemi dvou nenulových vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ různých směrů jsou všechny vektory, které leží v rovině určené vekt. $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Příklady skupin vektorů, které jsou lineárně nezávslé:

- jeden nenulový vektor,
- dva nenulové vektory různých směrů,
- tři nenulové vektory neležící ve společné rovině.

Platí: každá baze vektorového prostoru $\mathbb{R}^d$ má právě d prvků. Říkáme, že d je **dimenze vektorového prostoru** $\mathbb{R}^d$.

Dále platí: k ověření, že množina o d vektorech z $\mathbb{R}^d$ je bazí vektrového prostoru $\mathbb{R}^d$, stačí ověřit buď jednu z podmínek 1, 2 z definice baze nebo podmínku lineární nezávislosti. Přitom stačí, když je podmínka 2 splněna pro jeden vektor.

Na základě výše uvedeného uděláme závěr, že vektory $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\tilde{\boldsymbol{d}}$ z příkladů ve 3. kapitole (Baze vektorového prostoru) tvoří bazi vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$.

Platí: každá baze vektorového prostoru $\mathbb{R}^d$ má právě d prvků. Říkáme, že d je **dimenze vektorového prostoru** $\mathbb{R}^d$.

Dále platí: k ověření, že množina o d vektorech z $\mathbb{R}^d$ je bazí vektrového prostoru $\mathbb{R}^d$, stačí ověřit buď jednu z podmínek 1, 2 z definice baze nebo podmínku lineární nezávislosti. Přitom stačí, když je podmínka 2 splněna pro jeden vektor.

Na základě výše uvedeného uděláme závěr, že vektory $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\tilde{\boldsymbol{d}}$ z příkladů ve 3. kapitole (Baze vektorového prostoru) tvoří bazi vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$.

Platí: každá baze vektorového prostoru $\mathbb{R}^d$ má právě d prvků.
Říkáme, že d je **dimenze vektorového prostoru** $\mathbb{R}^d$.

Dále platí: k ověření, že množina o d vektorech z $\mathbb{R}^d$ je bazí vektrového prostoru $\mathbb{R}^d$, stačí ověřit buď jednu z podmínek 1, 2 z definice baze nebo podmínku lineární nezávislosti. Přitom stačí, když je podmínka 2 splněna pro jeden vektor.

Na základě výše uvedeného uděláme závěr, že vektory $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\tilde{\boldsymbol{d}}$ z příkladů ve 3. kapitole (Baze vektorového prostoru) tvoří bazi vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$.

Koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, pro které platí

$$\boldsymbol{u} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n,$$

budeme nazývat **souřadnicemi vektoru $\boldsymbol{u}$ vzhledem k bazi** $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$. Souřadnice budeme psát do sloupce a budeme používat značení ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{u} = (\alpha_1,\ \alpha_2,\ \dots,\ \alpha_n)^T$. Množinu vektorů

$$\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad \boldsymbol{e}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(vektor $\boldsymbol{e}_i$ má v i-tém řádku jedničku a v ostatních nuly) budeme nazývat **kanonickou bazí** a značit $\mathcal{K} = \{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \dots, \boldsymbol{e}_d\}$. Uvědomte si, že vektor $\boldsymbol{u} = (x_1,\ x_2,\ \dots,\ x_d)^T$ je jejich lineární kombinací

$$\boldsymbol{u} = x_1 \boldsymbol{e}_1 + x_2 \boldsymbol{e}_2 + \cdots + x_d \boldsymbol{e}_d,$$

(dosaďte do lineární kombinace vektory $\boldsymbol{e}_i$ a vypočtěte ji,) a že složky $x_1,\ x_2,\ \dots,\ x_d$ vektoru $\boldsymbol{u}$ jsou zároveň jeho souřadnicemi vzhledem ke kanonické bazi.

Koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, pro které platí

$$\boldsymbol{u} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n,$$

budeme nazývat **souřadnicemi vektoru $\boldsymbol{u}$ vzhledem k bazi** $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n\}$. Souřadnice budeme psát do sloupce a budeme používat značení ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{u} = (\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n)^T$. Množinu vektorů

$$\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \ldots, \quad \boldsymbol{e}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(vektor $\boldsymbol{e}_i$ má v i-tém řádku jedničku a v ostatních nuly) budeme nazývat **kanonickou bazí** a značit $\mathcal{K} = \{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \ldots, \boldsymbol{e}_d\}$. Uvědomte si, že vektor $\boldsymbol{u} = (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_d)^T$ je jejich lineární kombinací

$$\boldsymbol{u} = x_1 \boldsymbol{e}_1 + x_2 \boldsymbol{e}_2 + \cdots + x_d \boldsymbol{e}_d,$$

(dosaďte do lineární kombinace vektory $\boldsymbol{e}_i$ a vypočtěte ji,) a že složky $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_d$ vektoru $\boldsymbol{u}$ jsou zároveň jeho souřadnicemi vzhledem ke kanonické bazi.

Koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, pro které platí

$$\boldsymbol{u} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n,$$

budeme nazývat **souřadnicemi vektoru $\boldsymbol{u}$ vzhledem k bazi** $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n\}$. Souřadnice budeme psát do sloupce a budeme používat značení ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{u} = (\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n)^T$. Množinu vektorů

$$\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \ldots, \quad \boldsymbol{e}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(vektor $\boldsymbol{e}_i$ má v i-tém řádku jedničku a v ostatních nuly) budeme nazývat **kanonickou bazí** a značit $\mathcal{K} = \{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \ldots, \boldsymbol{e}_d\}$. Uvědomte si, že vektor $\boldsymbol{u} = (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_d)^T$ je jejich lineární kombinací

$$\boldsymbol{u} = x_1 \boldsymbol{e}_1 + x_2 \boldsymbol{e}_2 + \cdots + x_d \boldsymbol{e}_d,$$

(dosaďte do lineární kombinace vektory $\boldsymbol{e}_i$ a vypočtěte ji,) a že složky $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_d$ vektoru $\boldsymbol{u}$ jsou zároveň jeho souřadnicemi vzhledem ke kanonické bazi.

Koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, pro které platí

$$\boldsymbol{u} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \dots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n,$$

budeme nazývat **souřadnicemi vektoru $\boldsymbol{u}$ vzhledem k bazi** $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$. Souřadnice budeme psát do sloupce a budeme používat značení ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{u} = (\alpha_1,\ \alpha_2,\ \dots,\ \alpha_n)^T$. Množinu vektorů

$$\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad \boldsymbol{e}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(vektor $\boldsymbol{e}_i$ má v i-tém řádku jedničku a v ostatních nuly) budeme nazývat **kanonickou bazí** a značit $\mathcal{K} = \{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \dots, \boldsymbol{e}_d\}$. Uvědomte si, že vektor $\boldsymbol{u} = (x_1,\ x_2,\ \dots,\ x_d)^T$ je jejich lineární kombinací

$$\boldsymbol{u} = x_1 \boldsymbol{e}_1 + x_2 \boldsymbol{e}_2 + \dots + x_d \boldsymbol{e}_d,$$

(dosaďte do lineární kombinace vektory $\boldsymbol{e}_i$ a vypočtěte ji,) a že složky $x_1,\ x_2,\ \dots,\ x_d$ vektoru $\boldsymbol{u}$ jsou zároveň jeho souřadnicemi vzhledem ke kanonické bazi.

Koeficienty $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, pro které platí

$$\boldsymbol{u} = \alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \dots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n,$$

budeme nazývat **souřadnicemi vektoru $\boldsymbol{u}$ vzhledem k bazi** $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_n\}$. Souřadnice budeme psát do sloupce a budeme používat značení ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{u} = (\alpha_1,\ \alpha_2,\ \dots,\ \alpha_n)^T$. Množinu vektorů

$$\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad \boldsymbol{e}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(vektor $\boldsymbol{e}_i$ má v i-tém řádku jedničku a v ostatních nuly) budeme nazývat **kanonickou bazí** a značit $\mathcal{K} = \{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \dots, \boldsymbol{e}_d\}$. Uvědomte si, že vektor $\boldsymbol{u} = (x_1,\ x_2,\ \dots,\ x_d)^T$ je jejich lineární kombinací

$$\boldsymbol{u} = x_1 \boldsymbol{e}_1 + x_2 \boldsymbol{e}_2 + \dots + x_d \boldsymbol{e}_d,$$

(dosaďte do lineární kombinace vektory $\boldsymbol{e}_i$ a vypočtěte ji,) a že složky $x_1,\ x_2,\ \dots,\ x_d$ vektoru $\boldsymbol{u}$ jsou zároveň jeho souřadnicemi vzhledem ke kanonické bazi.

V následujícím budeme pod **Vektorovým prostorem** rozumět buď prostor $\mathbb{R}^d$ nebo množinu geometrických vektorů ležících v rovině případně v 3D prostoru, vždy spolu s operacemi sčítání vektorů a násobení vektorů číslem. Vektorový prostor (tedy množinu s operacemi) budeme značit velkými písmeny, zpravidla U, V nebo W a stejně budeme značit příslušnou možinu vektorů (nebudeme tedy označením odlišovat množinu od téže množiny vybavené operacemi).

Pod **podprostorem** W vektorového prostoru V budeme rozumět neprázdnou podmnožinu $W \subset V$ (tento symbol připouští i rovnost množin W, V) se stejnými operacemi a takovou, že platí:

- Je-li $u, v \in W$, je i $u + v \in W$.
- Je-li $u \in W$, $\alpha \in \mathbb{R}$ je i $\alpha u \in W$.

Slovně tyto podmínky vyjadřujeme: množina W je uzavřená vůči operacím sčítání vektorů a násobení vektoru číslem.

V následujícím budeme pod **Vektorovým prostorem** rozumět buď prostor $\mathbb{R}^d$ nebo množinu geometrických vektorů ležících v rovině případně v 3D prostoru, vždy spolu s operacemi sčítání vektorů a násobení vektorů číslem. Vektorový prostor (tedy množinu s operacemi) budeme značit velkými písmeny, zpravidla U, V nebo W a stejně budeme značit příslušnou možinu vektorů (nebudeme tedy označením odlišovat množinu od téže množiny vybavené operacemi). Pod **podprostorem** W vektorového prostoru V budeme rozumět neprázdnou podmnožinu $W \subset V$ (tento symbol připouští i rovnost množin W, V) se stejnými operacemi a takovou, že platí:

- Je-li $u, v \in W$, je i $u + v \in W$.
- Je-li $u \in W$, $\alpha \in \mathbb{R}$ je i $\alpha u \in W$.

Slovně tyto podmínky vyjadřujeme: množina W je uzavřená vůči operacím sčítání vektorů a násobení vektoru číslem.

Platí:

1. Každý podprostor obsahuje nulový vektor (uvědomte si, že $\boldsymbol{o} = 0\boldsymbol{u}$.)
2. Každý podprostor obsahuje ke každému vektoru jeho opačný vektor (uvědomte si, že $-\boldsymbol{u} = (-1)\boldsymbol{u}$.)

Příklady:

1. Vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem tvoří podprostor geometrických vektorů v rovině i v 3D prostoru.
2. Vektory ležící v zadané rovině tvoří podprostor geometrických vektorů v 3D prostoru.
3. Nulový vektor je podprostorem každého vektorového prostoru.
4. Pro zadaná reálná čísla $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$ tvoří vektory $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$, podprostor prostoru $\mathbb{R}^d$.
5. Pro $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$ tvoří všechny lineární kombinace těchto vektorů podprostor prostoru V.

Platí:

1. Každý podprostor obsahuje nulový vektor (uvědomte si, že $\boldsymbol{o} = 0\boldsymbol{u}$.)
2. Každý podprostor obsahuje ke každému vektoru jeho opačný vektor (uvědomte si, že $-\boldsymbol{u} = (-1)\boldsymbol{u}$.)

Příklady:

1. Vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem tvoří podprostor geometrických vektorů v rovině i v 3D prostoru.
2. Vektory ležící v zadané rovině tvoří podprostor geometrických vektorů v 3D prostoru.
3. Nulový vektor je podprostorem každého vektorového prostoru.
4. Pro zadaná reálná čísla $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$ tvoří vektory $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$, podprostor prostoru $\mathbb{R}^d$.
5. Pro $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$ tvoří všechny lineární kombinace těchto vektorů podprostor prostoru V.

Dimenzí podprostoru W budeme rozumět maximální počet lineárně nezávislých vektorů z W a budeme ji značit dim případně $dim(W)$. Libovolnou takovou množinu $\{\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_{dim}\} \subset W$ lineárně nezávislých vektorů budeme nazývat **bazí podprostoru** W. Dimenze podprostorů v uvedených příkladech jsou:

1. Geometrické vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem.
2. Geometrické vektory ležící v zadané rovině.
3. Nulový vektor.
4. Množina vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$.
5. Všechny lineární kombinace zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$.

Dimenzí podprostoru W budeme rozumět maximální počet lineárně nezávislých vektorů z W a budeme ji značit dim případně $dim(W)$. Libovolnou takovou množinu $\{\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_{dim}\} \subset W$ lineárně nezávislých vektorů budeme nazývat **bazí podprostoru** W. Dimenze podprostorů v uvedených příkladech jsou:

1. Geometrické vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem.
2. Geometrické vektory ležící v zadané rovině.
3. Nulový vektor.
4. Množina vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$.
5. Všechny lineární kombinace zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$.

Dimenzí podprostoru W budeme rozumět maximální počet lineárně nezávislých vektorů z W a budeme ji značit dim případně $dim(W)$. Libovolnou takovou množinu $\{\boldsymbol{u}_1, \dots, \boldsymbol{u}_{dim}\} \subset W$ lineárně nezávislých vektorů budeme nazývat **bazí podprostoru** W. Dimenze podprostorů v uvedených příkladech jsou:

1. Geometrické vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem. $dim = 1$
2. Geometrické vektory ležící v zadané rovině.
3. Nulový vektor.
4. Množina vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \dots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$.
5. Všechny lineární kombinace zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$.

Dimenzí podprostoru W budeme rozumět maximální počet lineárně nezávislých vektorů z W a budeme ji značit dim případně $dim(W)$. Libovolnou takovou množinu $\{\boldsymbol{u}_1, \dots, \boldsymbol{u}_{dim}\} \subset W$ lineárně nezávislých vektorů budeme nazývat **bazí podprostoru** W. Dimenze podprostorů v uvedených příkladech jsou:

1. Geometrické vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem. $dim = 1$
2. Geometrické vektory ležící v zadané rovině.
3. Nulový vektor.
4. Množina vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \dots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$.
5. Všechny lineární kombinace zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$.

Dimenzí podprostoru W budeme rozumět maximální počet lineárně nezávislých vektorů z W a budeme ji značit dim případně $dim(W)$. Libovolnou takovou množinu $\{\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_{dim}\} \subset W$ lineárně nezávislých vektorů budeme nazývat **bazí podprostoru** W. Dimenze podprostorů v uvedených příkladech jsou:

1. Geometrické vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem. $dim = 1$
2. Geometrické vektory ležící v zadané rovině. $dim = 2$
3. Nulový vektor.
4. Množina vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$.
5. Všechny lineární kombinace zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$.

Dimenzí podprostoru W budeme rozumět maximální počet lineárně nezávislých vektorů z W a budeme ji značit dim případně $dim(W)$. Libovolnou takovou množinu $\{\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_{dim}\} \subset W$ lineárně nezávislých vektorů budeme nazývat **bazí podprostoru** W. Dimenze podprostorů v uvedených příkladech jsou:

1. Geometrické vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem. $dim = 1$
2. Geometrické vektory ležící v zadané rovině. $dim = 2$
3. Nulový vektor.
4. Množina vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$.
5. Všechny lineární kombinace zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$.

Dimenzí podprostoru W budeme rozumět maximální počet lineárně nezávislých vektorů z W a budeme ji značit dim případně $dim(W)$. Libovolnou takovou množinu $\{\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_{dim}\} \subset W$ lineárně nezávislých vektorů budeme nazývat **bazí podprostoru** W. Dimenze podprostorů v uvedených příkladech jsou:

1. Geometrické vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem. $dim = 1$
2. Geometrické vektory ležící v zadané rovině. $dim = 2$
3. Nulový vektor. $dim = 0$
4. Množina vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$.
5. Všechny lineární kombinace zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$.

Dimenzí podprostoru W budeme rozumět maximální počet lineárně nezávislých vektorů z W a budeme ji značit dim případně $dim(W)$. Libovolnou takovou množinu $\{\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_{dim}\} \subset W$ lineárně nezávislých vektorů budeme nazývat **bazí podprostoru** W. Dimenze podprostorů v uvedených příkladech jsou:

1. Geometrické vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem. $dim = 1$
2. Geometrické vektory ležící v zadané rovině. $dim = 2$
3. Nulový vektor. $dim = 0$
4. Množina vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$.
5. Všechny lineární kombinace zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$.

Dimenzí podprostoru W budeme rozumět maximální počet lineárně nezávislých vektorů z W a budeme ji značit dim případně $dim(W)$. Libovolnou takovou množinu $\{\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_{dim}\} \subset W$ lineárně nezávislých vektorů budeme nazývat **bazí podprostoru** W. Dimenze podprostorů v uvedených příkladech jsou:

1. Geometrické vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem. $dim = 1$
2. Geometrické vektory ležící v zadané rovině. $dim = 2$
3. Nulový vektor. $dim = 0$
4. Množina vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$. Za předpokladu, že je alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$ nenulové, je $dim = d - 1$.
5. Všechny lineární kombinace zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$.

Dimenzí podprostoru W budeme rozumět maximální počet lineárně nezávislých vektorů z W a budeme ji značit dim případně $dim(W)$. Libovolnou takovou množinu $\{\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_{dim}\} \subset W$ lineárně nezávislých vektorů budeme nazývat **bazí podprostoru** W. Dimenze podprostorů v uvedených příkladech jsou:

1. Geometrické vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem. $dim = 1$
2. Geometrické vektory ležící v zadané rovině. $dim = 2$
3. Nulový vektor. $dim = 0$
4. Množina vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$. Za předpokladu, že je alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$ nenulové, je $dim = d - 1$.
5. Všechny lineární kombinace zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$.

Dimenzí podprostoru W budeme rozumět maximální počet lineárně nezávislých vektorů z W a budeme ji značit dim případně $dim(W)$. Libovolnou takovou množinu $\{\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_{dim}\} \subset W$ lineárně nezávislých vektorů budeme nazývat **bazí podprostoru** W. Dimenze podprostorů v uvedených příkladech jsou:

1. Geometrické vektory zadaného směru spolu s nulovým vektorem. $dim = 1$
2. Geometrické vektory ležící v zadané rovině. $dim = 2$
3. Nulový vektor. $dim = 0$
4. Množina vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$. Za předpokladu, že je alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$ nenulové, je $dim = d - 1$.
5. Všechny lineární kombinace zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$. $dim = 2$

1. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory zadaného směru a nulovým vektorem
2. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory ležícími v zadané rovině
3. Bazí podprostoru tvořeného nulovým vektorem
4. Jedna z bazí podprostoru tvořeného množinou vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)^T$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$ (předpokládáme, že alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$ je nenulové)
5. Bazí podprostoru tvořeného všemi lineárními kombinacemi zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$

1. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory zadaného směru a nulovým vektorem tvoří libovolný vektor zadaného směru.
2. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory ležícími v zadané rovině
3. Bazí podprostoru tvořeného nulovým vektorem
4. Jedna z bazí podprostoru tvořeného množinou vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)^T$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$ (předpokládáme, že alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$ je nenulové)
5. Bazí podprostoru tvořeného všemi lineárními kombinacemi zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$

1. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory zadaného směru a nulovým vektorem tvoří libovolný vektor zadaného směru.
2. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory ležícími v zadané rovině
3. Bazí podprostoru tvořeného nulovým vektorem
4. Jedna z bazí podprostoru tvořeného množinou vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)^T$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$ (předpokládáme, že alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$ je nenulové)
5. Bazí podprostoru tvořeného všemi lineárními kombinacemi zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$

1. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory zadaného směru a nulovým vektorem tvoří libovolný vektor zadaného směru.
2. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory ležícími v zadané rovině tvoří libovolné dva vektory různých směrů ležící v dané rovině.
3. Bazí podprostoru tvořeného nulovým vektorem
4. Jedna z bazí podprostoru tvořeného množinou vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)^T$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$ (předpokládáme, že alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$ je nenulové)
5. Bazí podprostoru tvořeného všemi lineárními kombinacemi zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$

1. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory zadaného směru a nulovým vektorem tvoří libovolný vektor zadaného směru.
2. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory ležícími v zadané rovině tvoří libovolné dva vektory různých směrů ležící v dané rovině.
3. Bazí podprostoru tvořeného nulovým vektorem
4. Jedna z bazí podprostoru tvořeného množinou vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \dots, x_d)^T$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$ (předpokládáme, že alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \dots, \alpha_d$ je nenulové)
5. Bazí podprostoru tvořeného všemi lineárními kombinacemi zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$

1. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory zadaného směru a nulovým vektorem tvoří libovolný vektor zadaného směru.
2. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory ležícími v zadané rovině tvoří libovolné dva vektory různých směrů ležící v dané rovině.
3. Bazí podprostoru tvořeného nulovým vektorem je prázdná množina.
4. Jedna z bazí podprostoru tvořeného množinou vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)^T$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$ (předpokládáme, že alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$ je nenulové)
5. Bazí podprostoru tvořeného všemi lineárními kombinacemi zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$

1. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory zadaného směru a nulovým vektorem tvoří libovolný vektor zadaného směru.
2. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory ležícími v zadané rovině tvoří libovolné dva vektory různých směrů ležící v dané rovině.
3. Bazí podprostoru tvořeného nulovým vektorem je prázdná množina.
4. Jedna z bazí podprostoru tvořeného množinou vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \dots, x_d)^T$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$ (předpokládáme, že alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \dots, \alpha_d$ je nenulové)
5. Bazí podprostoru tvořeného všemi lineárními kombinacemi zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$

1. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory zadaného směru a nulovým vektorem tvoří libovolný vektor zadaného směru.
2. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory ležícími v zadané rovině tvoří libovolné dva vektory různých směrů ležící v dané rovině.
3. Bazí podprostoru tvořeného nulovým vektorem je prázdná množina.
4. Jedna z bazí podprostoru tvořeného množinou vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \dots, x_d)^T$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$ (předpokládáme, že alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \dots, \alpha_d$ je nenulové) je v případě, že $\alpha_1 \neq 0$, tvořena vektory: $\boldsymbol{a}_2 = (-\alpha_2, \alpha_1, 0, 0, \dots, 0)^T$, $\boldsymbol{a}_3 = (-\alpha_3, 0, \alpha_1, 0, 0, \dots, 0)^T, \dots, \boldsymbol{a}_d = (-\alpha_d, 0, 0, \dots, \alpha_1)^T$.
5. Bazí podprostoru tvořeného všemi lineárními kombinacemi zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$

1. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory zadaného směru a nulovým vektorem tvoří libovolný vektor zadaného směru.
2. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory ležícími v zadané rovině tvoří libovolné dva vektory různých směrů ležící v dané rovině.
3. Bazí podprostoru tvořeného nulovým vektorem je prázdná množina.
4. Jedna z bazí podprostoru tvořeného množinou vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \dots, x_d)^T$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$ (předpokládáme, že alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \dots, \alpha_d$ je nenulové) je v případě, že $\alpha_1 \neq 0$, tvořena vektory: $\boldsymbol{a}_2 = (-\alpha_2, \alpha_1, 0, 0, \dots, 0)^T$, $\boldsymbol{a}_3 = (-\alpha_3, 0, \alpha_1, 0, 0, \dots, 0)^T, \dots, \boldsymbol{a}_d = (-\alpha_d, 0, 0, \dots, \alpha_1)^T$.
5. Bazí podprostoru tvořeného všemi lineárními kombinacemi zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$

1. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory zadaného směru a nulovým vektorem tvoří libovolný vektor zadaného směru.
2. Bazi podprostoru tvořeného geometrickými vektory ležícími v zadané rovině tvoří libovolné dva vektory různých směrů ležící v dané rovině.
3. Bazí podprostoru tvořeného nulovým vektorem je prázdná množina.
4. Jedna z bazí podprostoru tvořeného množinou vektorů $\boldsymbol{u} = (x_1, \ldots, x_d)^T$, jejichž složky vyhovují rovnici $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \cdots + \alpha_d x_d = 0$ (předpokládáme, že alespoň jedno ze zadaných čísel $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$ je nenulové) je v případě, že $\alpha_1 \neq 0$, tvořena vektory: $\boldsymbol{a}_2 = (-\alpha_2, \alpha_1, 0, 0, \ldots, 0)^T$, $\boldsymbol{a}_3 = (-\alpha_3, 0, \alpha_1, 0, 0, \ldots, 0)^T$, ..., $\boldsymbol{a}_d = (-\alpha_d, 0, 0, \ldots, \alpha_1)^T$.
5. Bazí podprostoru tvořeného všemi lineárními kombinacemi zadaných lineárně nezávislých vektorů $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$ je například množina $\{\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}\}$.

Matice přechodu je vyložená v prezentaci o geometrických vektorech. Zde shrneme její definici a základní vlastnosti.

1. Matici přechodu od baze $\mathcal{A}$ k bazi $\mathcal{B}$ značíme symbolem $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.
2. V jejích sloupcích jsou souřadnice vektorů staré baze ($\mathcal{A}$) vzhledem k nové bazi ($\mathcal{B}$).
3. Slouží k přepočtu souřadnic dle vztahu ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{v} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\, {}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{v}$.
4. Matice přechodu je regulární maticí (pro definice regulární matice viz prezentaci o maticích) a platí: $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$.
5. Pro libovolné tři baze platí $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{C}} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{C}}\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.

Matice přechodu je vyložená v prezentaci o geometrických vektorech. Zde shrneme její definici a základní vlastnosti.

1. Matici přechodu od baze $\mathcal{A}$ k bazi $\mathcal{B}$ značíme symbolem $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.
2. V jejích sloupcích jsou souřadnice vektorů staré baze ($\mathcal{A}$) vzhledem k nové bazi ($\mathcal{B}$).
3. Slouží k přepočtu souřadnic dle vztahu ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{v} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{v}$.
4. Matice přechodu je regulární maticí (pro definice regulární matice viz prezentaci o maticích) a platí: $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$.
5. Pro libovolné tři baze platí $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{C}} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{C}}\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.

Matice přechodu je vyložená v prezentaci o geometrických vektorech. Zde shrneme její definici a základní vlastnosti.

1. Matici přechodu od baze $\mathcal{A}$ k bazi $\mathcal{B}$ značíme symbolem $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.
2. V jejích sloupcích jsou souřadnice vektorů staré baze ($\mathcal{A}$) vzhledem k nové bazi ($\mathcal{B}$).
3. Slouží k přepočtu souřadnic dle vztahu ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{v} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{v}$.
4. Matice přechodu je regulární maticí (pro definice regulární matice viz prezentaci o maticích) a platí: $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$.
5. Pro libovolné tři baze platí $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{C}} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{C}}\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.

Matice přechodu je vyložená v prezentaci o geometrických vektorech. Zde shrneme její definici a základní vlastnosti.

1. Matici přechodu od baze $\mathcal{A}$ k bazi $\mathcal{B}$ značíme symbolem $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.
2. V jejích sloupcích jsou souřadnice vektorů staré baze ($\mathcal{A}$) vzhledem k nové bazi ($\mathcal{B}$).
3. Slouží k přepočtu souřadnic dle vztahu ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{v} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{v}$.
4. Matice přechodu je regulární maticí (pro definice regulární matice viz prezentaci o maticích) a platí: $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$.
5. Pro libovolné tři baze platí $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{C}} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{C}}\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.

Matice přechodu je vyložená v prezentaci o geometrických vektorech. Zde shrneme její definici a základní vlastnosti.

1. Matici přechodu od baze $\mathcal{A}$ k bazi $\mathcal{B}$ značíme symbolem $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.
2. V jejích sloupcích jsou souřadnice vektorů staré baze ($\mathcal{A}$) vzhledem k nové bazi ($\mathcal{B}$).
3. Slouží k přepočtu souřadnic dle vztahu ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{v} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{v}$.
4. Matice přechodu je regulární maticí (pro definice regulární matice viz prezentaci o maticích) a platí: $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \left(\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\right)^{-1}$.
5. Pro libovolné tři baze platí $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{C}} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{C}}\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.

Matice přechodu je vyložená v prezentaci o geometrických vektorech. Zde shrneme její definici a základní vlastnosti.

1. Matici přechodu od baze $\mathcal{A}$ k bazi $\mathcal{B}$ značíme symbolem $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.
2. V jejích sloupcích jsou souřadnice vektorů staré baze ($\mathcal{A}$) vzhledem k nové bazi ($\mathcal{B}$).
3. Slouží k přepočtu souřadnic dle vztahu ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{v} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{v}$.
4. Matice přechodu je regulární maticí (pro definice regulární matice viz prezentaci o maticích) a platí: $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$.
5. Pro libovolné tři baze platí $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{C}} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{C}}\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}$.

V dalším budeme uvažovat vektorový prostor V a jeho bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2\}$. Chcete-li, můžete si pod vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ představit geometrické vektory, ale stejně tak mohou představovat i aritmetické vektory nebo funkce (více viz prezentace o prostorech funkcí). Kontrolní otázka: jaká je dimenze prostoru V?

V prostoru V budeme uvažovat další bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$, kde $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$ a vektory $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$, $\boldsymbol{d} = -4\boldsymbol{a}_1 + 6\boldsymbol{a}_2$.

Úkol:

1. Vyjádřete vektor $\boldsymbol{c}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{A}$
2. a vektor $\boldsymbol{d}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{B}$.

Úkol vyřešíme dvěma způsoby - bez a s použitím matice přechodu.

V dalším budeme uvažovat vektorový prostor V a jeho bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2\}$. Chcete-li, můžete si pod vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ představit geometrické vektory, ale stejně tak mohou představovat i aritmetické vektory nebo funkce (více viz prezentace o prostorech funkcí). Kontrolní otázka: jaká je dimenze prostoru V?

V prostoru V budeme uvažovat další bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$, kde $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$ a vektory $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$, $\boldsymbol{d} = -4\boldsymbol{a}_1 + 6\boldsymbol{a}_2$.

Úkol:

1. Vyjádřete vektor $\boldsymbol{c}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{A}$
2. a vektor $\boldsymbol{d}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{B}$.

Úkol vyřešíme dvěma způsoby - bez a s použitím matice přechodu.

V dalším budeme uvažovat vektorový prostor V a jeho bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2\}$. Chcete-li, můžete si pod vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ představit geometrické vektory, ale stejně tak mohou představovat i aritmetické vektory nebo funkce (více viz prezentace o prostorech funkcí). Kontrolní otázka: jaká je dimenze prostoru V?

V prostoru V budeme uvažovat další bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$, kde $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$ a vektory $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$, $\boldsymbol{d} = -4\boldsymbol{a}_1 + 6\boldsymbol{a}_2$.

Úkol:

1. Vyjádřete vektor $\boldsymbol{c}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{A}$
2. a vektor $\boldsymbol{d}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{B}$.

Úkol vyřešíme dvěma způsoby - bez a s použitím matice přechodu.

V dalším budeme uvažovat vektorový prostor V a jeho bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2\}$. Chcete-li, můžete si pod vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ představit geometrické vektory, ale stejně tak mohou představovat i aritmetické vektory nebo funkce (více viz prezentace o prostorech funkcí). Kontrolní otázka: jaká je dimenze prostoru V?

V prostoru V budeme uvažovat další bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$, kde $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$ a vektory $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$, $\boldsymbol{d} = -4\boldsymbol{a}_1 + 6\boldsymbol{a}_2$.

Úkol:

1. Vyjádřete vektor $\boldsymbol{c}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{A}$
2. a vektor $\boldsymbol{d}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{B}$.

Úkol vyřešíme dvěma způsoby - bez a s použitím matice přechodu.

V dalším budeme uvažovat vektorový prostor V a jeho bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2\}$. Chcete-li, můžete si pod vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ představit geometrické vektory, ale stejně tak mohou představovat i aritmetické vektory nebo funkce (více viz prezentace o prostorech funkcí). Kontrolní otázka: jaká je dimenze prostoru V?

V prostoru V budeme uvažovat další bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$, kde $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$ a vektory $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$, $\boldsymbol{d} = -4\boldsymbol{a}_1 + 6\boldsymbol{a}_2$.

Úkol:

1. Vyjádřete vektor $\boldsymbol{c}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{A}$
2. a vektor $\boldsymbol{d}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{B}$.

Úkol vyřešíme dvěma způsoby - bez a s použitím matice přechodu.

V dalším budeme uvažovat vektorový prostor V a jeho bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2\}$. Chcete-li, můžete si pod vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ představit geometrické vektory, ale stejně tak mohou představovat i aritmetické vektory nebo funkce (více viz prezentace o prostorech funkcí). Kontrolní otázka: jaká je dimenze prostoru V?

V prostoru V budeme uvažovat další bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$, kde $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$ a vektory $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$, $\boldsymbol{d} = -4\boldsymbol{a}_1 + 6\boldsymbol{a}_2$.

Úkol:

1. Vyjádřete vektor $\boldsymbol{c}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{A}$
2. a vektor $\boldsymbol{d}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{B}$.

Úkol vyřešíme dvěma způsoby - bez a s použitím matice přechodu.

V dalším budeme uvažovat vektorový prostor V a jeho bazi $\mathcal{A} = \{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2\}$. Chcete-li, můžete si pod vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ představit geometrické vektory, ale stejně tak mohou představovat i aritmetické vektory nebo funkce (více viz prezentace o prostorech funkcí). Kontrolní otázka: jaká je dimenze prostoru V?

V prostoru V budeme uvažovat další bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$, kde $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$ a vektory $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$, $\boldsymbol{d} = -4\boldsymbol{a}_1 + 6\boldsymbol{a}_2$.

Úkol:

1. Vyjádřete vektor $\boldsymbol{c}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{A}$
2. a vektor $\boldsymbol{d}$ jako lineární kombinaci vektorů baze $\mathcal{B}$.

Úkol vyřešíme dvěma způsoby - bez a s použitím matice přechodu.

První část úkolu provedeme dosazením:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{c} &= \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2 = (5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2) - 2(-3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2) \\ &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 + 6\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ &= 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2.\end{aligned}$$

Druhou část uděláme obdobně, ale nejdříve musíme ze vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_2 &= -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

vyjádřit vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$. Chceme-li vyjádřit vektor $\boldsymbol{a}_1$, je třeba z výše uvedených vztahů vyloučit vektor $\boldsymbol{a}_2$. Toho dosáhneme vynásobením druhého vztahu dvěma a sečtením s prvním.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ 2\boldsymbol{b}_2 &= -6\boldsymbol{a}_1 + 4\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 + 2\boldsymbol{b}_2 &= -\boldsymbol{a}_1 \\ 3\boldsymbol{b}_1 + 5\boldsymbol{b}_2 &= -2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

Druhou část uděláme obdobně, ale nejdříve musíme ze vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_2 &= -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

vyjádřit vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$. Chceme-li vyjádřit vektor $\boldsymbol{a}_1$, je třeba z výše uvedených vztahů vyloučit vektor $\boldsymbol{a}_2$. Toho dosáhneme vynásobením druhého vztahu dvěma a sečtením s prvním.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ 2\boldsymbol{b}_2 &= -6\boldsymbol{a}_1 + 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_1 + 2\boldsymbol{b}_2 &= -\boldsymbol{a}_1 \\ 3\boldsymbol{b}_1 + 5\boldsymbol{b}_2 &= -2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

Druhou část uděláme obdobně, ale nejdříve musíme ze vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_2 &= -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

vyjádřit vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$. Chceme-li vyjádřit vektor $\boldsymbol{a}_1$, je třeba z výše uvedených vztahů vyloučit vektor $\boldsymbol{a}_2$. Toho dosáhneme vynásobením druhého vztahu dvěma a sečtením s prvním.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ 2\boldsymbol{b}_2 &= -6\boldsymbol{a}_1 + 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_1 + 2\boldsymbol{b}_2 &= -\boldsymbol{a}_1 \\ 3\boldsymbol{b}_1 + 5\boldsymbol{b}_2 &= -2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

Druhou část uděláme obdobně, ale nejdříve musíme ze vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_2 &= -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

vyjádřit vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$. Chceme-li vyjádřit vektor $\boldsymbol{a}_1$, je třeba z výše uvedených vztahů vyloučit vektor $\boldsymbol{a}_2$. Toho dosáhneme vynásobením druhého vztahu dvěma a sečtením s prvním.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ 2\boldsymbol{b}_2 &= -6\boldsymbol{a}_1 + 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_1 + 2\boldsymbol{b}_2 &= -\boldsymbol{a}_1 \\ 3\boldsymbol{b}_1 + 5\boldsymbol{b}_2 &= -2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

Druhou část uděláme obdobně, ale nejdříve musíme ze vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_2 &= -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

vyjádřit vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$. Chceme-li vyjádřit vektor $\boldsymbol{a}_1$, je třeba z výše uvedených vztahů vyloučit vektor $\boldsymbol{a}_2$. Toho dosáhneme vynásobením druhého vztahu dvěma a sečtením s prvním.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ 2\boldsymbol{b}_2 &= -6\boldsymbol{a}_1 + 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_1 + 2\boldsymbol{b}_2 &= -\boldsymbol{a}_1 \\ 3\boldsymbol{b}_1 + 5\boldsymbol{b}_2 &= -2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

Druhou část uděláme obdobně, ale nejdříve musíme ze vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_2 &= -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

vyjádřit vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$. Chceme-li vyjádřit vektor $\boldsymbol{a}_1$, je třeba z výše uvedených vztahů vyloučit vektor $\boldsymbol{a}_2$. Toho dosáhneme vynásobením druhého vztahu dvěma a sečtením s prvním.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ 2\boldsymbol{b}_2 &= -6\boldsymbol{a}_1 + 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{a}_1 &= -\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2 \\ 3\boldsymbol{b}_1 + 5\boldsymbol{b}_2 &= -2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

Druhou část uděláme obdobně, ale nejdříve musíme ze vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_2 &= -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

vyjádřit vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$. Pro vyjádření vektoru $\boldsymbol{a}_2$, je třeba z výše uvedených vztahů vyloučit vektor $\boldsymbol{a}_1$. Toho dosáhneme vynásobením prvního vztahu třemi, druhého pěti a sečtením:

$$\begin{aligned} 3\boldsymbol{b}_1 &= 15\boldsymbol{a}_1 - 12\boldsymbol{a}_2 \\ 5\boldsymbol{b}_2 &= -15\boldsymbol{a}_1 + 10\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{a}_1 = -\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$$

$$3\boldsymbol{b}_1 + 5\boldsymbol{b}_2 = -2\boldsymbol{a}_2$$

Druhou část uděláme obdobně, ale nejdříve musíme ze vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_2 &= -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

vyjádřit vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$. Pro vyjádření vektoru $\boldsymbol{a}_2$, je třeba z výše uvedených vztahů vyloučit vektor $\boldsymbol{a}_1$. Toho dosáhneme vynásobením prvního vztahu třemi, druhého pěti a sečtením:

$$\begin{aligned} 3\boldsymbol{b}_1 &= 15\boldsymbol{a}_1 - 12\boldsymbol{a}_2 \\ 5\boldsymbol{b}_2 &= -15\boldsymbol{a}_1 + 10\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{a}_1 = -\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$$

$$3\boldsymbol{b}_1 + 5\boldsymbol{b}_2 = -2\boldsymbol{a}_2$$

Druhou část uděláme obdobně, ale nejdříve musíme ze vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_2 &= -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

vyjádřit vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$. Pro vyjádření vektoru $\boldsymbol{a}_2$, je třeba z výše uvedených vztahů vyloučit vektor $\boldsymbol{a}_1$. Toho dosáhneme vynásobením prvního vztahu třemi, druhého pěti a sečtením:

$$\begin{aligned} 3\boldsymbol{b}_1 &= 15\boldsymbol{a}_1 - 12\boldsymbol{a}_2 \\ 5\boldsymbol{b}_2 &= -15\boldsymbol{a}_1 + 10\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{a}_1 &= -\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2 \\ 3\boldsymbol{b}_1 + 5\boldsymbol{b}_2 &= -2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

Druhou část uděláme obdobně, ale nejdříve musíme ze vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_2 &= -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

vyjádřit vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$. Pro vyjádření vektoru $\boldsymbol{a}_2$, je třeba z výše uvedených vztahů vyloučit vektor $\boldsymbol{a}_1$. Toho dosáhneme vynásobením prvního vztahu třemi, druhého pěti a sečtením:

$$\begin{aligned} 3\boldsymbol{b}_1 &= 15\boldsymbol{a}_1 - 12\boldsymbol{a}_2 \\ 5\boldsymbol{b}_2 &= -15\boldsymbol{a}_1 + 10\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{a}_1 &= -\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2 \\ 3\boldsymbol{b}_1 + 5\boldsymbol{b}_2 &= -2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

Druhou část uděláme obdobně, ale nejdříve musíme ze vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_1 &= 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{b}_2 &= -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 \end{aligned}$$

vyjádřit vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$. Pro vyjádření vektoru $\boldsymbol{a}_2$, je třeba z výše uvedených vztahů vyloučit vektor $\boldsymbol{a}_1$. Toho dosáhneme vynásobením prvního vztahu třemi, druhého pěti a sečtením:

$$\begin{aligned} 3\boldsymbol{b}_1 &= 15\boldsymbol{a}_1 - 12\boldsymbol{a}_2 \\ 5\boldsymbol{b}_2 &= -15\boldsymbol{a}_1 + 10\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{a}_1 &= -\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2 \\ \boldsymbol{a}_2 &= -\tfrac{3}{2}\boldsymbol{b}_1 - \tfrac{5}{2}\boldsymbol{b}_2 \end{aligned}$$

Dosazením odvozených vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}_1 &= -\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2 \\ \boldsymbol{a}_2 &= -\tfrac{3}{2}\boldsymbol{b}_1 - \tfrac{5}{2}\boldsymbol{b}_2 \end{aligned}$$

do

$$\boldsymbol{d} = -4\boldsymbol{a}_1 + 6\boldsymbol{a}_2$$

dostaneme

$$\begin{aligned} \boldsymbol{d} &= -4(-\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2) + 6(-\tfrac{3}{2}\boldsymbol{b}_1 - \tfrac{5}{2}\boldsymbol{b}_2) \\ &= 4\boldsymbol{b}_1 + 8\boldsymbol{b}_2 - 9\boldsymbol{b}_1 - 15\boldsymbol{b}_2 \\ &= -5\boldsymbol{b}_1 - 7\boldsymbol{b}_2 \end{aligned}$$

Dosazením odvozených vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}_1 &= -\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2 \\ \boldsymbol{a}_2 &= -\tfrac{3}{2}\boldsymbol{b}_1 - \tfrac{5}{2}\boldsymbol{b}_2 \end{aligned}$$

do

$$\boldsymbol{d} = -4\boldsymbol{a}_1 + 6\boldsymbol{a}_2$$

dostaneme

$$\begin{aligned} \boldsymbol{d} &= -4(-\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2) + 6(-\tfrac{3}{2}\boldsymbol{b}_1 - \tfrac{5}{2}\boldsymbol{b}_2) \\ &= 4\boldsymbol{b}_1 + 8\boldsymbol{b}_2 - 9\boldsymbol{b}_1 - 15\boldsymbol{b}_2 \\ &= -5\boldsymbol{b}_1 - 7\boldsymbol{b}_2 \end{aligned}$$

Dosazením odvozených vztahů

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}_1 &= -\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2 \\ \boldsymbol{a}_2 &= -\tfrac{3}{2}\boldsymbol{b}_1 - \tfrac{5}{2}\boldsymbol{b}_2 \end{aligned}$$

do

$$\boldsymbol{d} = -4\boldsymbol{a}_1 + 6\boldsymbol{a}_2$$

dostaneme

$$\begin{aligned} \boldsymbol{d} &= -4(-\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2) + 6(-\tfrac{3}{2}\boldsymbol{b}_1 - \tfrac{5}{2}\boldsymbol{b}_2) \\ &= 4\boldsymbol{b}_1 + 8\boldsymbol{b}_2 - 9\boldsymbol{b}_1 - 15\boldsymbol{b}_2 \\ &= -5\boldsymbol{b}_1 - 7\boldsymbol{b}_2 \end{aligned}$$

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.

Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \quad -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\,{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$. Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1\ \ -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\,{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = 1\boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \;\; -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\,{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$$ {}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} $$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.

Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \ \ -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\,{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.

Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.

Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \ \ -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\,{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.

Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \ \ -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\, {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \ \ -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\,{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$$ {}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \ \ -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\, {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \ \ -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\, {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \;\; -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\,{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \ \ -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\,{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \quad -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\, {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \ \ -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\, {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\, {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \;\; -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\, {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \ \ -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\,{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \quad -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\,{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -8 \end{pmatrix},$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Nyní spočteme totéž za pomoci matice přechodu.
Souřadnice vektoru $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}_1 - 2\boldsymbol{b}_2$ vzhledem k bazi $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ jsou ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c} = (1 \ \ -2)^T$. Souřadnice téhož vektoru vzhledem k bazi $\mathcal{A}$ vypočteme ze vztahu: ${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}\,{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{c}$. V matici přechodu $\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}}$ jsou ve sloupcích souřadnice vektorů baze $\mathcal{B}$ vzhledem k bazi $\mathcal{A}$.
Připomeňme, že $\boldsymbol{b}_1 = 5\boldsymbol{a}_1 - 4\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{b}_2 = -3\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2$, a tedy

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}\to\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dosazením dostaneme

$${}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -8 \end{pmatrix},$$

a odtud $\boldsymbol{c} = 11\boldsymbol{a}_1 - 8\boldsymbol{a}_2$.

Podobně vypočteme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\, {}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{d}$.

Nejdříve vypočteme $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$ Gausovou eliminační metodou

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \begin{array}{l} \left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \\ 5[2]+4[1] \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 10 & 0 & -10 & -15 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right) \begin{array}{l} 2[1]-3[2] \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{5}{2} \end{array}\right) \begin{array}{l} \frac{1}{10}[1] \\ -\frac{1}{2}[2] \end{array}.$$

Dostaneme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$, což zamená $\boldsymbol{d} = -5\boldsymbol{b}_1 - 7\boldsymbol{b}_2$.

Podobně vypočteme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{d}$.
Nejdříve vypočteme $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$ Gausovou eliminační metodou

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 5 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 5 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right)_{5[2]+4[1]}$$
$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 10 & 0 & -10 & -15 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right)^{2[1]-3[2]}$$
$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{5}{2} \end{array}\right)\begin{array}{l} \frac{1}{10}[1] \\ -\frac{1}{2}[2] \end{array}.$$

Dostaneme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$, což zamená $\boldsymbol{d} = -5\boldsymbol{b}_1 - 7\boldsymbol{b}_2$.

Podobně vypočteme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{d}$.
Nejdříve vypočteme $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$ Gausovou eliminační metodou

$$
\begin{aligned}
\left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right)
&\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right) 5[2]+4[1] \\
&\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 10 & 0 & -10 & -15 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right) 2[1]-3[2] \\
&\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{5}{2} \end{array}\right) \begin{array}{l} \frac{1}{10}[1] \\ -\frac{1}{2}[2] \end{array}.
\end{aligned}
$$

Dostaneme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$, což zamená $\boldsymbol{d} = -5\boldsymbol{b}_1 - 7\boldsymbol{b}_2$.

Podobně vypočteme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{d}$.
Nejdříve vypočteme $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$ Gausovou eliminační metodou

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right)_{5[2]+4[1]}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 10 & 0 & -10 & -15 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right)^{2[1]-3[2]}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{5}{2} \end{array}\right)\begin{matrix}\frac{1}{10}[1] \\ -\frac{1}{2}[2]\end{matrix}.$$

Dostaneme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$, což zamená $\boldsymbol{d} = -5\boldsymbol{b}_1 - 7\boldsymbol{b}_2$.

Podobně vypočteme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{d}$.
Nejdříve vypočteme $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$ Gausovou eliminační metodou

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ 5[2]+4[1] \end{array}$$
$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 10 & 0 & -10 & -15 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right)\begin{array}{l} 2[1]-3[2] \\ \\ \end{array}$$
$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{5}{2} \end{array}\right)\begin{array}{l} \frac{1}{10}[1] \\ -\frac{1}{2}[2] \end{array}.$$

Dostaneme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$, což zamená $\boldsymbol{d} = -5\boldsymbol{b}_1 - 7\boldsymbol{b}_2$.

Podobně vypočteme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{d}$.
Nejdříve vypočteme $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$ Gausovou eliminační metodou

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right)_{5[2]+4[1]}$$
$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 10 & 0 & -10 & -15 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right)^{2[1]-3[2]}$$
$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{5}{2} \end{array}\right)\begin{array}{l} \frac{1}{10}[1] \\ -\frac{1}{2}[2] \end{array}.$$

Dostaneme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$, což zamená $\boldsymbol{d} = -5\boldsymbol{b}_1 - 7\boldsymbol{b}_2$.

Podobně vypočteme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{d}$.
Nejdříve vypočteme $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$ Gausovou eliminační metodou

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right) 5[2]+4[1]$$
$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 10 & 0 & -10 & -15 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right) 2[1]-3[2]$$
$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{5}{2} \end{array}\right) \begin{array}{l} \frac{1}{10}[1] \\ -\frac{1}{2}[2] \end{array} .$$

Dostaneme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$, což zamená $\boldsymbol{d} = -5\boldsymbol{b}_1 - 7\boldsymbol{b}_2$.

Podobně vypočteme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}}\,{}^{\mathcal{A}}\boldsymbol{d}$.
Nejdříve vypočteme $\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}} = (\mathcal{P}_{\mathcal{A}\to\mathcal{B}})^{-1}$ Gausovou eliminační metodou

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rr|rr} 5 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right)_{5[2]+4[1]}$$
$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 10 & 0 & -10 & -15 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \end{array}\right)^{2[1]-3[2]}$$
$$\sim \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{5}{2} \end{array}\right)\begin{array}{l}\frac{1}{10}[1] \\ -\frac{1}{2}[2]\end{array}.$$

Dostaneme ${}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$, což zamená $\boldsymbol{d} = -5\boldsymbol{b}_1 - 7\boldsymbol{b}_2$.