

# Matematika 1A (Fakulta strojní) - cvičení 14

KMD/M1A a KMD/M1A-P (2012/2013)

**Příklad 1.** Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami:

- a)  $y = 0, x = -1, y = x^2,$  [1/3]
- b)  $y = 4 - x^2, y = 0,$  [32/3]
- c)  $yx = 1, x = 1, x = 3, y = 0,$  [ln 3]
- d)  $y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0,$  [16/3]
- e)  $y(1 + x^2) = 1, y = \frac{x^2}{2},$   $\left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}\right]$
- f)  $y = -x^2 + 4x - 2, x + y = 2,$  [9/2]
- g)  $y = \arcsin x, x = 0, x = 1,$   $\left[\frac{\pi}{2} - 1\right]$
- h)  $y = x \sin x, y = 0, x \in \langle 0; \pi \rangle,$  [ $\pi$ ]
- i)  $x = \frac{4}{y}, y = 1, y = 4, x = 0,$  [6]
- j)  $y^2 = x, y = x^2$  [1/3]
- k)  $y = x^2 - x - 6, y = -x^2 + 5x + 14,$  [343/3]
- l)  $yx = 4, x + y = 5,$   $\left[\frac{15}{2} - 8 \ln 2\right]$
- m)  $y = x^3 + x^2 - 6x, y = 0, x \in \langle -3; 3 \rangle,$  [18]
- n)  $4x^2 + 9y^2 = 36,$  [6 $\pi$ ]
- o)  $x^2 + y^2 = 16, y^2 = 6x, x \geq 0.$   $\left[\frac{4}{3}(\sqrt{3} + 4\pi)\right]$

**Příklad 2.** Určete délku oblouku rovinné křivky:

- a)  $y = \sqrt{x - x^2} - \arcsin \sqrt{x}, x \in \langle 0; 1 \rangle,$  [2]
- b)  $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, t \in \langle 0; \pi \rangle,$  [8]
- c)  $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, t \in \langle 0; \pi \rangle,$  [6]
- d)  $y = \ln(\sin x), x \in \left\langle \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right\rangle.$   $\left[\frac{1}{2} \ln 3\right]$

**Příklad 3.** Určete objem tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce  $O$  kolem osy  $x$ , je-li:

- a)  $O : xy = 4, x = 1, ; x = 4, y = 0,$  [12 $\pi$ ]
- b)  $O : y = -x^2 + 1, y = -2x^2 + 2,$  [16 $\pi/15$ ]
- c)  $O : y = \frac{1}{1 + x^2}, x = -1, x = 1,$   $\left[\frac{\pi}{4}(\pi + 2)\right]$
- d)  $O : y = \sin x, x \in \langle 0; \pi \rangle,$  [ $\pi^2/2$ ]
- e)  $O : y^2 = x, y = x^2, y = 0.$  [3 $\pi/10$ ]

**Příklad 4.** Určete obsah pláště tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce  $O$  kolem osy  $x$ , je-li:

- a)  $O : y^2 = 4x, y \geq 0, x = 3,$  [56 $\pi/3$ ]
- b)  $O : y = 4 + x, x \in \langle -4; 2 \rangle,$  [36 $\sqrt{2}\pi$ ]
- c)  $O : (y - 1)^2 + x^2 = 1$  [4 $\pi^2$ ]