Matematika 1A (KMD/M1A-P) - cvičení 2

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2014/2015)

Příklad 1. Určete definiční obory funkcí:

a) $f(x) = -\dfrac{1}{x^2}$ $[\mathbb{R} - \{0\}]$

b) $f(x) = \dfrac{x-2}{x+2}$ $[\mathbb{R} - \{-2\}]$

c) $f(x) = \dfrac{2x+3}{x^2+3x+2}$ $[\mathbb{R} - \{-2; -1\}]$

d) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$ $[(2; +\infty)]$

e) $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ $[\langle -3; 3\rangle]$

f) $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{4-x^2}}{x^2+16}$ $[\mathbb{R}]$

Příklad 2. Je dán graf funkce f (nakreslete libovolnou funkci). Načrtněte pomocí f graf funkce g, jestliže:

a) $g(x) = f(-x)$ []

b) $g(x) = -f(x)$ []

c) $g(x) = f(x+c),\ c = 2,\ c = -2$ []

d) $g(x) = f(x) + c,\ c = 2,\ c = -2$ []

e) $g(x) = cf(x),\ c = \pm 2,\ c = \pm\dfrac{1}{2}$ []

f) $g(x) = f(cx),\ c = \pm 2,\ c = \pm\dfrac{1}{2}$ []

Příklad 3. Sestrojte grafy funkcí:

a) $f(x) = -x^2$ []

b) $f(x) = (x+2)^2$ []

c) $f(x) = (x-1)^2$ []

d) $f(x) = x^2 + 2$ []

e) $f(x) = x^2 - 1$ []

f) $f(x) = 4x^2$ []

g) $f(x) = \dfrac{1}{4}x^2$ []

h) $f(x) = 2(x+2)^2$ []

i) $f(x) = x^2 + 4x + 2$ []

j) $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ []

k) $f(x) = 5 - \dfrac{3}{x-1}$ []

l) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$ []

Příklad 4. Utvořte složené funkce $f_1 = h \circ g,\ f_2 = g \circ h$ a určete jejich definiční obory, je-li:

a) $g(x) = \dfrac{x+1}{x-1},\quad h(x) = \sqrt{x}$

$$\left[f_1(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}, D_{f_1} = (-\infty; -1\rangle \cup (1; +\infty),\ f_2(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}, D_{f_2} = \langle 0; 1) \cup (1, +\infty)\right]$$

b) $g(x) = \sqrt{x},\quad h(x) = x^2 + 3x$

$$\left[f_1(x) = x + 3\sqrt{x}, D_{f_1} = \mathbb{R}_0^+,\ f_2(x) = \sqrt{x^2+3x}, D_{f_2} = (-\infty; -3\rangle \cup \langle 0, +\infty)\right]$$

Příklad 5. U dané funkce $f = h \circ g$ určete vnitřní složku g a vnější složku h a určete její definiční obor D_f, je-li:

a) $f(x) = \sqrt{3x-4}$ $\left[g(x) = 3x - 4,\ h(x) = \sqrt{x}, D_f = \left\langle \dfrac{4}{3}; +\infty\right)\right]$

b) $f(x) = \sqrt[4]{(x-3)(x+5)}$ $\left[g(x) = (x-3)(x+5),\ h(x) = \sqrt[4]{x}, D_f = (-\infty; -5\rangle \cup \langle 3; +\infty)\right]$

Příklad 6. Určete $D_f,\ H_f$ a pokud je funkce prostá, určete také f^{-1}, načrtněte graf:

a) $f(x) = \sqrt[5]{x^3}$ []

b) $f(x) = x\sqrt{x}$ $[f^{-1} : y = \sqrt[3]{x^2}]$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x^3 \cdot \sqrt{x}}$ []

d) $f(x) = 1 + \sqrt[5]{(x+2)^3}$ []

e) $f(x) = 1 + 5^{x-2}$ $[f^{-1} : y = \log_5(x-1) + 2]$

f) $f(x) = 2 + \log_3(x-1)$ $[f^{-1} : y = 3^{x-2} + 1]$