

Matematika 1A (Fakulta strojní) - cvičení 4

KMD/M1A a KMD/M1A-P (2015/2016 a vyšší)

Příklad 1. Vypočítejte limity funkcí:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x} & [0] \\ \text{b)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - 1}{x} & \left[\frac{1}{2}\right] \\ \text{c)} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^4 - 16} & \left[\frac{3}{8}\right] \\ \text{d)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} & \left[\frac{1}{2}\right] \end{array}$$

Příklad 2. Vypočítejte limity funkcí:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} & [-1] \\ \text{b)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4} + x) & [0] \\ \text{c)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x}}{\sqrt[3]{x^3 - 2x^2}} & [-1] \\ \text{d)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x - \sqrt{x}} - \sqrt{x}) & \left[-\frac{1}{2}\right] \end{array}$$

Příklad 3. Vypočítejte limity funkcí:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} & [1] \\ \text{b)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{\sin x + x} & [0] \\ \text{c)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{x} & [5] \\ \text{d)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(7x)}{\sin(4x)} & \left[\frac{7}{4}\right] \end{array}$$

Příklad 4. Vypočítejte limity funkcí:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x} - 2}{x} & \left[\frac{1}{12}\right] \\ \text{b)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - 3}{x} & \left[\frac{1}{27}\right] \\ \text{c)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{1+x} - 1} & [3] \\ \text{d)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x} & \left[\frac{1}{3}\right] \end{array}$$

Příklad 5. Vypočítejte limity funkcí:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \ln(|\operatorname{tg} x|) & [-\infty] \\ \text{b)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(x^2 \sin \frac{1}{x}\right) & [1] \\ \text{c)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \arccos\left(\frac{2x+1}{x^2-2x+1}\right) & \left[\frac{\pi}{2}\right] \\ \text{d)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(\frac{4}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{x^2-1}{x^2+1}\right) & [0] \end{array}$$

Příklad 6. Vypočítejte jednostranné limity funkcí:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{1}{1-x} & [-\infty] \\ \text{b)} \quad \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{1}{1-x} & [+\infty] \\ \text{c)} \quad \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x^2-1}{x-1} & [2] \\ \text{d)} \quad \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x^2-1}{x-1} & [2] \end{array}$$

Příklad 7. Existují-li následující limity, určete jejich hodnotu:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-1}{x^2} & [-\infty] \\ \text{b)} \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x}{x+1} & [\text{neex.}] \\ \text{c)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x+4}{x^2} - 2\right) & [+\infty] \\ \text{d)} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-1}{x^2-2x} & [\text{neex.}] \end{array}$$