

Matematika 1B (Fakulta strojní) - cvičení 13 a 14

KMD/M1B a KMD/M1B-P (2011/2012)

Příklad 1. Určete poloměr a obor bodové konvergence mocninných řad:

- a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{n8^n}$ $[R = 8, I^* = \langle -7, 9 \rangle]$
- b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n} x^n$ $[R = 1, I^* = (-1, 1)]$
- c) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{n-1}}{n3^{n-1}}$ $[R = 3, I^* = \langle -3, 3 \rangle]$
- d) $\sum_{n=1}^{+\infty} n(n+2)(x+1)^n$ $[R = 1, I^* = (-2, 0)]$
- e) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{nx^n}{n!}$ $[R = +\infty, I^* = (-\infty, +\infty)]$
- f) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n} (x-3)^n$ $[R = 0, I^* = \{3\}]$
- g) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+2)^{n+1}}{n(n+3)}$ $[R = 1, I^* = \langle -3, -1 \rangle]$
- h) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n x^{n+1}}{2n-1}$ $\left[R = \frac{1}{2}, I^* = \left\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right]$

Příklad 2. Napište Taylorův polynom n -tého stupně $t_{n,x_0}(x)$ v okolí bodu x_0 pro následující funkce:

- a) $f : y = \ln x, x_0 = 1, n = 3$ $\left[\frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{2}(x-1)^2 + (x-1) \right]$
- b) $f : y = \cos \frac{x}{2}, x_0 = \frac{\pi}{2}, n = 2$ $\left[-\frac{\sqrt{2}}{16} \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 - \frac{\sqrt{2}}{4} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$
- c) $f : y = e^{2x}, x_0 = 1, n = 3$ $\left[\frac{4}{3}e^2(x-1)^3 + 2e^2(x-1)^2 + 2e^2(x-1) + e^2 \right]$
- d) $f : y = \frac{e^{2x}}{1+x}, x_0 = 0, n = 2$ \square
- e) $f : y = \frac{1}{1-x}, x_0 = 0, n = 3$ \square
- f) $f : y = e^{x^2}, x_0 = 0, n = 2$ \square
- g) $f : y = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right), x_0 = 0, n = 2$ \square