

Matematika 1B (KMD/M1B-P) - cvičení 6

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2014/2015 a vyšší)

Příklad 1. Určete $f'(a)$, $f''(a)$ pro funkci f určenou implicitně funkcí g a bodem $B = [a, b]$, je-li:

a) $g(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 3x^2y - y^3$, $B = [0, 1]$, $[f'(a) = 0, f''(a) = 2]$

b) $g(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3$, $B = [1, 1]$ $\left[f'(a) = -1, f''(a) = -\frac{2}{3} \right]$

Příklad 2. Určete $\frac{\partial f}{\partial x}(a, b)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(a, b)$ pro funkci f určenou implicitně funkcí g a bodem $B = [a, b, c]$, je-li:

a) $g(x, y, z) = xy - z - e^z + 1$, $B = [1, 0, 0]$, $\left[\frac{\partial f}{\partial x}(a, b) = 0, \frac{\partial f}{\partial y}(a, b) = \frac{1}{2} \right]$

b) $g(x, y, z) = z^3 + 3xyz - 1$, $B = [2, 0, 1]$ $\left[\frac{\partial f}{\partial x}(a, b) = 0, \frac{\partial f}{\partial y}(a, b) = -2 \right]$

Příklad 3. Najděte lokální extrémů funkce f zadané implicitně funkcí g a bodem B , je-li:

a) $g(x, y) = x^4 + y^3 + 2x^2y + 2$, $B = [1, -1]$, $[\text{lok. min.}[0; -\sqrt[3]{2}], \text{lok. max.}[1; -1], [-1; -1]]$

b) $g(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x + 1$, $B = [-1, 0]$, $[\text{lok. min.}[-3; -2], \text{lok. max.}[-1; 0]]$

Příklad 4. Najděte tečnu a normálu v bodě B ke grafu funkce f zadané implicitně funkcí g a bodem B , je-li:

a) $g(x, y) = xy + \ln y - 1$, $B = [1, 1]$, $\left[t : y = -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}, n : y = 2x - 1 \right]$

b) $g(x, y) = x^5 + y^5 - 2xy$, $B = [1, 1]$, $[t : y = -x + 2, n : y = x]$

Příklad 5. Najděte tečnou rovinu grafu funkce f zadané implicitně funkcí g a bodem B , je-li:

a) $g(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 - 6$, $B = [1, 2, -3]$, $\left[z + 3 = \frac{1}{3}(x - 1) - \frac{2}{3}(y - 2) \right]$

b) $g(x, y, z) = z - y - \ln\left(\frac{x}{z}\right)$, $B = [1, 1, 1]$ $\left[z - 1 = \frac{1}{2}(x - 1) + \frac{1}{2}(y - 1) \right]$

Příklad 6. Vyšetřete lokální extrémů funkcí, je-li:

a) $f(x, y) = 1 + 6y - y^2 - xy - x^2$, $[\text{lokální maximum v } [-2, 4]]$

b) $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - x - y + 2$, $[\text{lokální minimum v } [1, 1]]$

c) $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 6x - 9y$, $[\text{lokální minimum v } [1, 4]]$

d) $f(x, y) = 2x^3y - x^2y^2 + 32x + 5$ $[\text{nemá extrém, sedlo v } [-2, 2]]$

e) $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$, $\left[\text{lokální minimum v } \left[1, \frac{1}{2} \right] \right]$

f) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 18xy + 15$ $[\text{lokální minimum v } [6, 6], \text{sedlo v } [0, 0]]$

Příklad 7. Vyšetřete lokální extrémů funkcí, je-li:

a) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + yz - 2x + y - z$, $[\text{lok. min. v } [1, -1, 1]]$

b) $f(x, y, z) = 6x^2 + 5y^2 + 14z^2 + 4xy - 8xz - 2yz + 1$, $[\text{lok. min. v } [0, 0, 0]]$

c) $f(x, y, z) = x^3 + 3x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 14x + 14y + 4z + 17$, $[\text{lok. min. v } [0, -7, -2]]$

d) $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3(xy + xz + yz)$, $[\quad]$

e) $f(x, y, z) = x^3 + y^2 + z^2 + 12xy + 2z$, $[\text{lok. min. v } [24, -144, -1]]$