Matematika 1B (KMD/M1B-P) - cvičení 7

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2014/2015 a vyšší)

Příklad 1. Najděte body, v nichž má funkce $f(x,y)$ vázané extrémy, příp. vázané lokální extrémy s podmínkou $g(x,y)=0$, je-li:

a) $f(x,y) = xy - x + y - 1, \quad g(x,y) = x + y - 1,$ $\quad\left[\text{vázané max. v } \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]\right]$

b) $f(x,y) = x + y, \quad g(x,y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - 1,$ $\quad[]$

c) $f(x,y) = e^{xy}, \quad g(x,y) = x + y - 1,$ $\quad\left[\text{vázané max. v } \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]\right]$

Příklad 2. Najděte body, v nichž má funkce $f(x,y,z)$ vázané extrémy, příp. vázané lokální extrémy s podmínkou $g(x,y,z)=0$, je-li:

a) $f(x,y,z) = xy - z^2 + z, \quad g(x,y,z) = x + y + z - 1,$ $\quad\left[\text{vázané max. v } \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]\right]$

Příklad 3. Najděte body, v nichž má funkce $f(x,y)$ vázané extrémy, příp. vázané lokální extrémy s podmínkou $g(x,y)=0$, je-li:

a) $f(x,y) = xy, \quad g(x,y) = x^2 + y^2 - 2,$
[vázané max. v $[1,1], [-1,-1]$, vázané min. v $[1,-1], [-1,1]$]

b) $f(x,y) = x^2 + 2y^2, \quad g(x,y) = x^2 - 2x + 2y^2 + 4y,$
[vázané max. v $[2,-2]$, vázané min. v $[0,0]$]

c) $f(x,y) = x + y, \quad g(x,y) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - 1,$
$\left[\text{vázané max. v } \left[-\sqrt{2}, -\sqrt{2}\right], \text{ vázané min. v } \left[\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]\right]$

Příklad 4. Najděte globální extrémy funkce $f(x,y)$ na předepsané množině M, je-li:

a) $f(x,y) = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1, \ M = \left\{[x,y] \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, \ y \geq 0, \ y \leq 3 - x\right\},$
[globální max. v $[0,0]$, globální min. v $[0,3]$]

b) $f(x,y) = xy^2(4 - x - y), \ M = \left\{[x,y] \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, \ y \geq 0, \ x + y - 6 \leq 0\right\},$
[]

c) $f(x,y) = x^2 - y^2, \ M = \left\{[x,y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\right\},$
[globální max. v $[\pm 2, 0]$, globální min. v $[0, \pm 2]$]