Matematika 1B (KMD/M1B-P) - cvičení 8

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2014/2015 a vyšší)

Příklad 1. Nalezněte obecné řešení diferenciální rovnice (pomocí separace proměnných) a řešení Cauchyho úlohy:

a) $y' = y,\ y(0) = -1,$ $\quad [y = Ce^x,\ C \in \mathbb{R};\ C = -1]$

b) $y' = \frac{y}{x},\ y(1) = 1,$ $\quad [y = Cx,\ C \in \mathbb{R};\ C = 1]$

c) $y' = 2xy,\ y(1) = 1,$ $\quad \left[y = Ce^{x^2},\ C \in \mathbb{R};\ C = \frac{1}{e}\right]$

d) $y' = 2\sqrt{y},\ y(0) = 4,$ $\quad [y = 0,\ y = (x + C)^2,\ C \in \mathbb{R};\ C = 2]$

e) $y' = \frac{x}{y},\ y(0) = 1,$ $\quad \left[|y| = \sqrt{x^2 + C},\ C \in \mathbb{R};\ C = 1\right]$

f) $2y - x^3y' = 0,\ y(1) = -1,$ $\quad \left[y = Ce^{-\frac{1}{x^2}},\ C \in \mathbb{R};\ C = -e\right]$

g) $xy' - \frac{y}{x+1} = 0,\ y(1) = 1,$ $\quad \left[y = \frac{Cx}{x+1},\ C \in \mathbb{R};\ C = 2\right]$

h) $y' = \frac{y^2}{x^2},\ y(1) = 1/2,$ $\quad \left[y = \frac{x}{1 - Cx},\ C \in \mathbb{R};\ C = -1\right]$

i) $y' = y - y^2,\ y(0) = -1,$ $\quad \left[y = 0,\ y = 1,\ y = \frac{Ce^x}{1 + Ce^x},\ C \in \mathbb{R};\ C = -\frac{1}{2}\right]$

j) $y' \sin x + y \cos x = 0,\ y(\pi/2) = 0,$ $\quad \left[y = \frac{C}{\sin x},\ C \in \mathbb{R};\ C = 0\right]$

Příklad 2. Nalezněte obecné řešení diferenciální rovnice (s homogenní funkcí) a řešení Cauchyho úlohy:

a) $y' = \frac{y^2}{x(y-x)},\ y(1) = 2,$ $\quad \left[y = 0,\ Cy = e^{y/x},\ C \in \mathbb{R};\ C = \frac{e^2}{2}\right]$

b) $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2},\ y(2) = 1,$ $\quad [x^2 + y^2 = Cy,\ C \in \mathbb{R};\ C = 5]$

c) $y' = \frac{x+y}{x},\ y(1) = 1,$ $\quad [y = x \ln|x| + Cx,\ C \in \mathbb{R};\ C = 1]$

d) $y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy},\ y(1) = 1,$ $\quad [y^2 + x^2 = Cx,\ C \in \mathbb{R} - \{0\};\ C = 2]$

e) $y' = -\frac{y}{x+y},\ y(-1) = -2,$ $\quad [y = 0,\ y = -2x,\ y^2 + 2xy = C,\ C \in \mathbb{R};\ C = 8]$