

Matematika 1B (KMD/M1B-P) - cvičení 9

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2014/2015 a vyšší)

Příklad 1. Nalezněte obecné řešení lineární diferenciální rovnice 1. řádu a řešení Cauchyho úlohy:

- a) $y' + 3y = x$, $y(0) = -1/9$, $\left[y = Ce^{-3x} + \frac{x}{3} - \frac{1}{9}, C \in \mathbb{R}; C = 0 \right]$
- b) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$, $y(0) = 1$, $\left[y = e^{-x^2} \left(C + \frac{x^2}{2} \right), C \in \mathbb{R}; C = 1 \right]$
- c) $y' + x^2y = x^2$, $y(0) = -1$, $\left[y = 1 + Ce^{-\frac{x^3}{3}}, C \in \mathbb{R}; C = -1 \right]$
- d) $y' + y = \cos x$, $y(0) = 1$, $\left[y = Ce^{-x} + \frac{1}{2}(\sin x + \cos x), C \in \mathbb{R}; C = \frac{1}{2} \right]$
- e) $y' - \frac{2}{x}y = 2x^3$, $y(1) = 0$, $\left[y = x^4 + Cx^2, C \in \mathbb{R}; C = -1 \right]$
- f) $y' + 3y = e^{2x}$, $y(0) = 1$, $\left[y = Ce^{-3x} + \frac{e^{2x}}{5}, C \in \mathbb{R}; C = \frac{4}{5} \right]$
- g) $y' - \frac{2x}{x^2+1}y = x^2 + 1$, $y(1) = 1$, $\left[y = (x+C)(x^2+1), C \in \mathbb{R}; C = -\frac{1}{2} \right]$
- h) $xy' = y + x^2$, $y(1) = 0$, $\left[y = x^2 + Cx, C \in \mathbb{R}; C = 0 \right]$
- i) $y' + 2y \operatorname{tg} x = 2 \sin x$, $y(\pi) = 1$, $\left[y = C \cos^2 x + 2 \cos x, C \in \mathbb{R}; C = 3 \right]$
- j) $xy' + y = \ln x + 1$, $y(1) = 0$, $\left[y = \ln x + \frac{C}{x}, C \in \mathbb{R}; C = 0 \right]$
- k) $y' - y \operatorname{tg} x = 1 - x \operatorname{tg} x$, $y(0) = 1$, $\left[y = \frac{C}{\cos x} + x, C \in \mathbb{R}; C = 1 \right]$
- l) $xy' + y = \arctg x + \frac{x}{1+x^2}$, $y(1) = \pi/4$, $\left[y = \frac{C}{x} + \arctg x, C \in \mathbb{R}; C = 0 \right]$
- m) $y' + \frac{x+1}{x}y = 3xe^{-x}$, $y(1) = 3/e$, $\left[y = x^2e^{-x} + \frac{C}{x}e^{-x}, C \in \mathbb{R}; C = 2 \right]$
- n) $y' - y = xe^x \cos x$, $y(0) = 1$, $\left[y = Ce^x + e^x \cos x + xe^x \sin x, C \in \mathbb{R}; C = 0 \right]$
- o) $(2x+1)y' + y = x$, $y(0) = 1$, $\left[y = \frac{1}{3}(x-1) + \frac{C}{\sqrt{|2x+1|}}, C \in \mathbb{R}; C = \frac{4}{3} \right]$