

Matematika II (KMD/MA2) - cvičení 10

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2019/2020 a vyšší)

Příklad 1. Nalezněte obecné řešení diferenciální rovnice (pomocí separace proměnných) a řešení Cauchyho úlohy:

- a) $y' = y, y(0) = -1,$ $[y = Ce^x, C \in \mathbb{R}; C = -1]$
- b) $y' = \frac{y}{x}, y(1) = 1,$ $[y = Cx, C \in \mathbb{R}; C = 1]$
- c) $y' = 2xy, y(1) = 1,$ $[y = Ce^{x^2}, C \in \mathbb{R}; C = \frac{1}{e}]$
- d) $y' = 2\sqrt{y}, y(0) = 4,$ $[y = 0, y = (x + C)^2, C \in \mathbb{R}; C = 2]$
- e) $y' = \frac{x}{y}, y(0) = 1,$ $[|y| = \sqrt{x^2 + C}, C \in \mathbb{R}; C = 1]$
- f) $2y - x^3y' = 0, y(1) = -1,$ $[y = Ce^{-\frac{1}{x^2}}, C \in \mathbb{R}; C = -e]$
- g) $xy' - \frac{y}{x+1} = 0, y(1) = 1,$ $[y = \frac{Cx}{x+1}, C \in \mathbb{R}; C = 2]$
- h) $y' = \frac{y^2}{x^2}, y(1) = 1/2,$ $[y = \frac{x}{1 - Cx}, C \in \mathbb{R}; C = -1]$
- i) $y' = y - y^2, y(0) = -1,$ $[y = 0, y = 1, y = \frac{Ce^x}{1 + Ce^x}, C \in \mathbb{R}; C = -\frac{1}{2}]$
- j) $y' \sin x + y \cos x = 0, y(\pi/2) = 0,$ $[y = \frac{C}{\sin x}, C \in \mathbb{R}; C = 0]$

Příklad 2. Nalezněte obecné řešení diferenciální rovnice (s homogenní funkcí) a řešení Cauchyho úlohy:

- a) $y' = \frac{y^2}{x(y-x)}, y(1) = 2,$ $[y = 0, Cy = e^{y/x}, C \in \mathbb{R}; C = \frac{e^2}{2}]$
- b) $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}, y(2) = 1,$ $[x^2 + y^2 = Cy, C \in \mathbb{R}; C = 5]$
- c) $y' = \frac{x+y}{x}, y(1) = 1,$ $[y = x \ln|x| + Cx, C \in \mathbb{R}; C = 1]$
- d) $y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy}, y(1) = 1,$ $[y^2 + x^2 = Cx, C \in \mathbb{R} - \{0\}; C = 2]$
- e) $y' = -\frac{y}{x+y}, y(-1) = -2,$ $[y = 0, y = -2x, y^2 + 2xy = C, C \in \mathbb{R}; C = 8]$