Matematika II (KMD/MA2) - cvičení 4

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2019/2020 a vyšší)

Příklad 1. Rozhodněte o řešitelnosti soustavy lineárních rovnic a v kladném případě určete množinu všech řešení této soustavy:

a) $$\begin{array}{rcrcrcrl} 6x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & + & 7x_4 & = 0 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & - & 3x_3 & + & 5x_4 & = -4 \\ x_1 & + & x_2 & - & x_3 & - & x_4 & = 0 \\ x_1 & & & + & x_3 & & & = 3 \end{array}$$ $[x_1 = 2,\ x_2 = -2,\ x_3 = 1,\ x_4 = -1]$

b) $$\begin{array}{rcrcrcrcrl} 3x_1 & - & 2x_2 & + & 6x_3 & + & 2x_4 & - & 4x_5 & = 5 \\ x_1 & + & & + & 2x_3 & - & x_4 & + & 2x_5 & = 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & & & & & = 1 \\ 2x_1 & - & 6x_2 & + & 4x_3 & + & 2x_4 & - & 4x_5 & = 5 \end{array}$$ $\left[2-2u,\ -\frac{1}{2},\ u,\ 2t-1,\ t\right]$

c) $$\begin{array}{rcrcrcrl} 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & = 1 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & - & 2x_4 & = 1 \\ 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & + & 2x_4 & = 5 \\ x_1 & + & 3x_2 & + & 3x_3 & - & 2x_4 & = 4 \end{array}$$ $[x_1 = -3+3t,\ x_2 = 3-2t,\ x_3 = t,\ x_4 = 1]$

d) $$\begin{array}{rcrcrcrcrcrl} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & + & 3x_5 & + & 3x_6 & = 0 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & + & x_5 & + & x_6 & = 0 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & + & 6x_4 & + & 2x_5 & + & 8x_6 & = 0 \end{array}$$ $[-t+v-3u,\ t,\ -2v,\ u,\ v,\ 0]$

e) $$\begin{array}{rcrcrl} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = 4 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 5x_3 & = 11 \\ 4x_1 & + & 6x_2 & + & 8x_3 & = 24 \end{array}$$ $[x_1 = 1,\ x_2 = 2,\ x_3 = 1]$

f) $$\begin{array}{rcrcrcrl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & = 1 \\ 2x_1 & + & 4x_2 & + & 7x_3 & + & 7x_4 & = 4 \\ x_1 & & & + & 2x_3 & & & = -2 \\ 3x_1 & + & 7x_2 & + & 10x_3 & + & 6x_4 & = 7 \end{array}$$ [soustava nemá řešení]

g) $$\begin{array}{rcrcrcrcrl} -4x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & + & x_4 & - & 7x_5 & = -11 \\ 2x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & & & + & 3x_5 & = 4 \\ 4x_1 & - & 4x_2 & + & 5x_3 & + & x_4 & + & 7x_5 & = -3 \\ -6x_1 & + & 6x_2 & - & 4x_3 & + & x_4 & - & 12x_5 & = -7 \end{array}$$ $[4-u+v,\ v,\ -4-u,\ 1+2u,\ u]$

Příklad 2. Spočtěte nálsledující determinanty, jestliže:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$ [6] b) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ [1]

c) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ [0] d) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ [4]

e) $\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$ [0] f) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ [−7]

g) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ [2] h) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & -2 \end{vmatrix}$ [0]