

Matematika II (KMD/MA2) - cvičení 9

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2019/2020 a vyšší)

Příklad 1. Najděte body, v nichž má funkce $f(x, y)$ vázané extrém, příp. vázané lokální extrém s podmínkou $g(x, y) = 0$, je-li:

a) $f(x, y) = xy - x + y - 1, \quad g(x, y) = x + y - 1, \quad \left[\text{vázané max. v } \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right] \right]$

b) $f(x, y) = x + y, \quad g(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - 1, \quad \square$

c) $f(x, y) = e^{xy}, \quad g(x, y) = x + y - 1, \quad \left[\text{vázané max. v } \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right] \right]$

Příklad 2. Najděte body, v nichž má funkce $f(x, y, z)$ vázané extrém, příp. vázané lokální extrém s podmínkou $g(x, y, z) = 0$, je-li:

a) $f(x, y, z) = xy - z^2 + z, \quad g(x, y, z) = x + y + z - 1, \quad \left[\text{vázané max. v } \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right] \right]$

Příklad 3. Najděte body, v nichž má funkce $f(x, y)$ vázané extrém, příp. vázané lokální extrém s podmínkou $g(x, y) = 0$, je-li:

a) $f(x, y) = xy, \quad g(x, y) = x^2 + y^2 - 2,$
[vázané max. v $[1, 1], [-1, -1]$, vázané min. v $[1, -1], [-1, 1]$]

b) $f(x, y) = x^2 + 2y^2, \quad g(x, y) = x^2 - 2x + 2y^2 + 4y,$
[vázané max. v $[2, -2]$, vázané min. v $[0, 0]$]

c) $f(x, y) = x + y, \quad g(x, y) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - 1,$
[vázané max. v $[-\sqrt{2}, -\sqrt{2}]$, vázané min. v $[\sqrt{2}, \sqrt{2}]$]

Příklad 4. Najděte globální extrém funkce $f(x, y)$ na předepsané množině M , je-li:

a) $f(x, y) = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1, \quad M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, y \leq 3 - x\},$
[globální max. v $[0, 0]$, globální min. v $[0, 3]$]

b) $f(x, y) = xy^2(4 - x - y), \quad M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y - 6 \leq 0\},$
[globální max. v $[1, 2]$, globální min. v $[2, 4]$]

c) $f(x, y) = x^2 - y^2, \quad M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\},$
[globální max. v $[\pm 2, 0]$, globální min. v $[0, \pm 2]$]