DR a vztah k integrálu

$$y' - 2x = 0$$

$$y'(x) = 2x$$

Hledáme primitivní funkci, resp. neurčitý integrál

$$y(x) = \int 2x \, dx = x^2 + C \quad , \; C \in \mathbb{R}$$

Řešení jsou např. $y(x) = x^2$, $y(x) = x^2 + 1$, $y(x) = x^2 - 1$, ...

Ukázka : Cauchyova úloha

a) DR 1. řádu: $y' + xy = x^2$

$y(0) = 10$

b) DR 2. řádu : $y'' + 2y' + y = x$

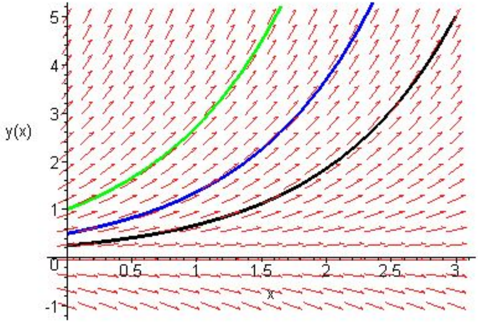
$y(0) = 0 \qquad y'(0) = 2$

Cauchyova úloha (2)

Příklad: Obecným řešením rovnice $y' = y$ je funkce $y = g(x, C) = Ce^x$. Na obrázku níže jsou uvedeny tři partiklární řešení odpovídající postupně počátečním podmínkám

$$y(0) = \frac{1}{4}(\text{černá}),\ y(0) = \frac{1}{2}(\text{modrá}),\ y(0) = 1(\text{zelená}),$$

resp. hodnotám $C = \frac{1}{4}$ (černá), $C = \frac{1}{2}$ (modrá) a $C = 1$ (zelená).



Převody DR

a) implicitní tvar: $xy' + \frac{y}{x} - e^x = 0$

$\downarrow$ převedeme na tvar, ve kterém je rovnice rozřešena vzhledem k nejvyšší (zde první) derivaci

$$xy' = \frac{-y}{x} + e^x$$

b) $$y' = \frac{-y}{x^2} + \frac{e^x}{x} \quad \dots \quad y' = F(x,y)$$

$\downarrow$ převedeme na diferenciální tvar

Platí: $y' = \frac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x^2} + \frac{e^x}{x} \quad / \cdot dx$$

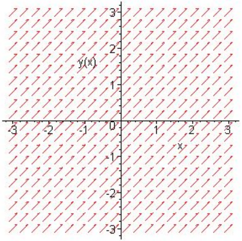
$$dy = \left(\frac{-y}{x^2} + \frac{e^x}{x}\right) dx$$

c) $$\left(\frac{-y}{x^2} + \frac{e^x}{x}\right) dx - dy = 0 \quad \dots \quad P(x,y)\,dx + R(x,y)\,dy = 0$$

Směrové pole (2)

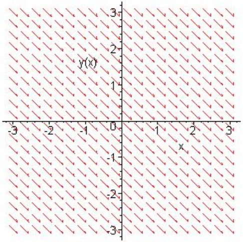
Příklad: *Směrové pole*

$$y' = 1$$



Příklad: *Směrové pole*

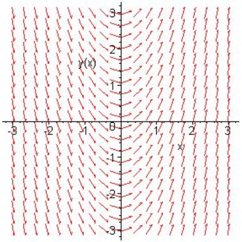
$$y' = -1$$



Směrové pole (3)

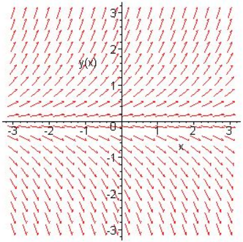
Příklad: *Směrové pole*

$$y' = 2x$$



Příklad: *Směrové pole*

$$y' = y$$



Směrové pole (4)

Příklad: *Směrové pole*

$$y' = -\frac{x}{y}$$