

Vizualizace časové složitosti v grafech

Jak počítat vnořené cykly a závislost na stupních vrcholů

Materiál pro učitelství informatiky

17. února 2026

Analyzovaný pseudokód

Nebudeme řešit žádný složitý algoritmus, jen prostý průchod:

Algorithm 1 TiskSousedu(graf)

```
1: // Vnější cyklus -  $O(|V|)$ 
2: for každý vrchol  $v$  v grafu do
3:   Vytiskni „Zpracovávám vrchol:  $v$ “
4:   // Vnitřní cyklus -  $O(\deg(v))$ 
5:   for každého souseda  $u$  vrcholu  $v$  do
6:     Vytiskni „ - Soused:  $u$ “
7:   end for
8: end for
```

Klíčová otázka pro žáky: Kolik řádků „ - Soused: X “ se celkem vytiskne?

Pedagogický problém: „Skrytá“ složitost

Častý omyl studentů

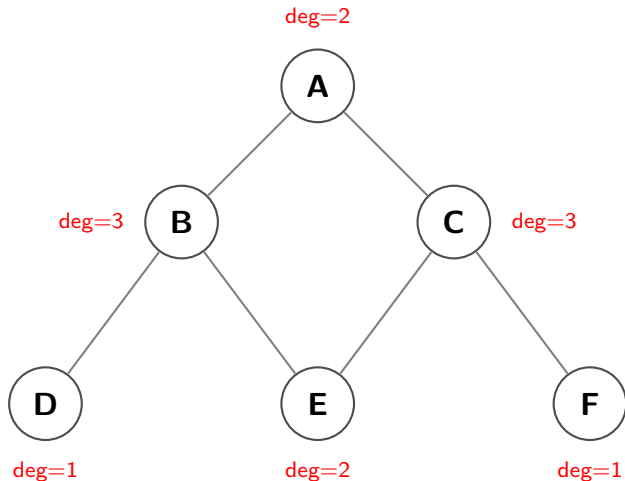
Při pohledu na dva vnořené cykly mají studenti tendenci automaticky předpokládat kvadratickou složitost $O(N^2)$.

V čem je problém u grafů?

- Vnější cyklus běží přes všechny vrcholy ($|V|$ -krát). To je jasné.
- **Ale vnitřní cyklus?** Ten neběží přes všechny ostatní vrcholy. Běží pouze přes **přímé sousedy**.
- Počet opakování vnitřního cyklu je tedy pokaždé jiný – závisí na **stupni** (degree) konkrétního vrcholu.

Cíl této vizualizace: Ukázat, že celkový počet operací ve vnitřním cyklu není $|V| \times |V|$, ale součet stupňů všech vrcholů, což se rovná $2 \times |E|$ (dvojnásobku počtu hran).

Výchozí situace: Graf s různými stupni



Lemma „o třesení rukou“:
(Počítání dvěma způsoby)

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$$

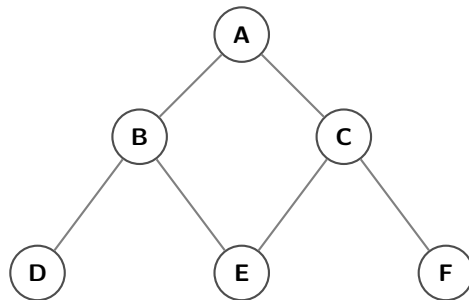
Kontrola pro náš graf:

- Počet vrcholů $|V| = 6$
- Počet hran $|E| = 6$
- Součet stupňů: $2 + 3 + 3 + 1 + 2 + 1 = 12$
- $2 \times |E| = 2 \times 6 = 12$

Tento součet přesně odpovídá tomu, kolikrát se celkem vykoná tělo **vnitřního** cyklu.

Animace průchodu (Krokování)

-
- 1: **Pro každý vrchol v ...**
 - 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
 - 3: **Pro každého souseda u ...**
 - 4: Vytiskni „ - Soused: u “
-



Výstup programu (Konzole)

Legenda animace:



Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)



Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)



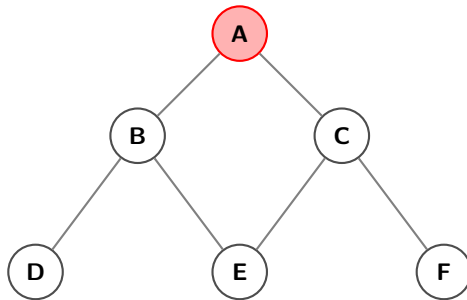
Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

> Zpracovávám: A



Legenda animace:



Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)



Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)



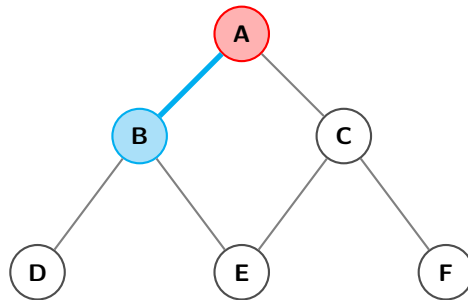
Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> Zpracovávám: A  
> - Soused: B
```



Legenda animace:

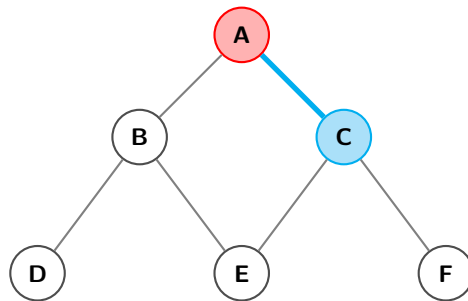
- v Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
- u Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
- Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> Zpracovávám: A  
> - Soused: B  
> - Soused: C
```

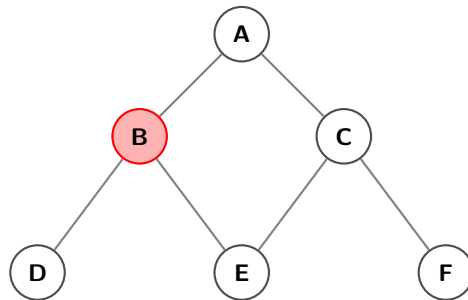


Legenda animace:

-  Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
-  Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
-  Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “



Výstup programu (Konzole)

```
> Zpracovávám: A
> - Soused: B
> - Soused: C
> Zpracovávám: B
```

Legenda animace:



Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)



Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)



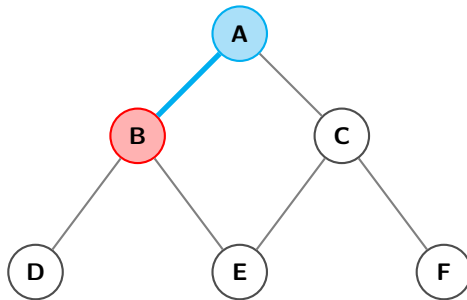
Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> Zpracovávám: A  
> - Soused: B  
> - Soused: C  
> Zpracovávám: B  
> - Soused: A
```



Legenda animace:

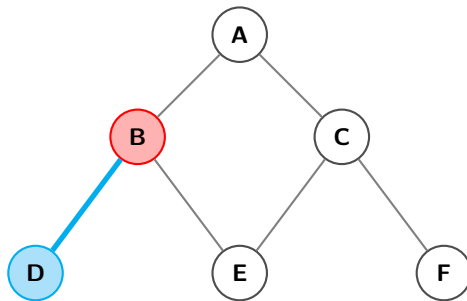
- **v** Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
- **u** Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
- Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> Zpracovávám: A
> - Soused: B
> - Soused: C
> Zpracovávám: B
> - Soused: A
> - Soused: D
```



Legenda animace:

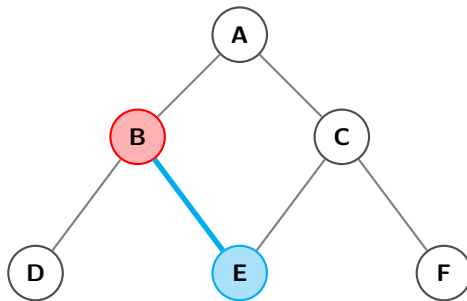
- v** Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
- u** Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
- Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> Zpracovávám: A
> - Soused: B
> - Soused: C
> Zpracovávám: B
> - Soused: A
> - Soused: D
> - Soused: E
```

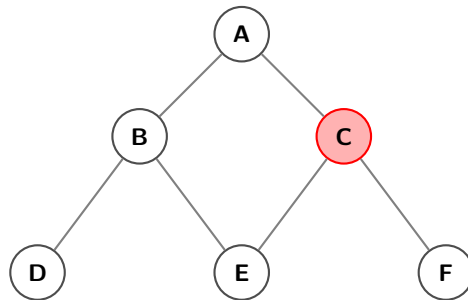


Legenda animace:

- v** Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
- u** Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
- Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “



Výstup programu (Konzole)

```
> Zpracovávám: A
> - Soused: B
> - Soused: C
> Zpracovávám: B
> - Soused: A
> - Soused: D
> - Soused: E
> Zpracovávám: C
```

Legenda animace:



Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)



Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)



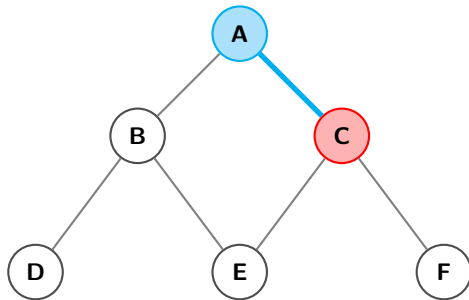
Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> Zpracovávám: A
> - Soused: B
> - Soused: C
> Zpracovávám: B
> - Soused: A
> - Soused: D
> - Soused: E
> Zpracovávám: C
> - Soused: A
```



Legenda animace:

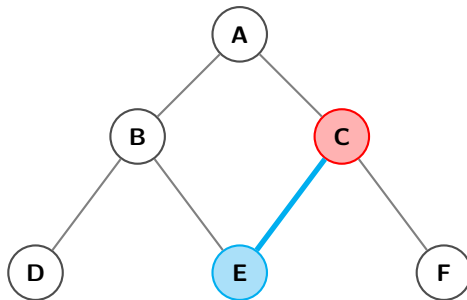
-  Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
-  Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
-  Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> Zpracovávám: A
> - Soused: B
> - Soused: C
> Zpracovávám: B
> - Soused: A
> - Soused: D
> - Soused: E
> Zpracovávám: C
> - Soused: A
> - Soused: E
```



Legenda animace:

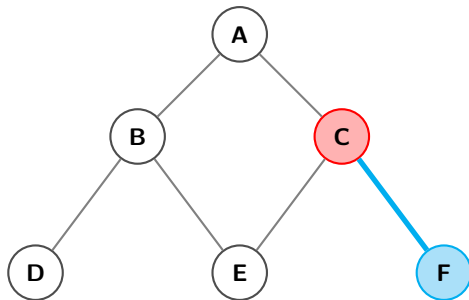
- v** Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
- u** Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
- Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> - Soused: B
> - Soused: C
> Zpracovávám: B
> - Soused: A
> - Soused: D
> - Soused: E
> Zpracovávám: C
> - Soused: A
> - Soused: E
> - Soused: F
```



Legenda animace:



Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)



Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)

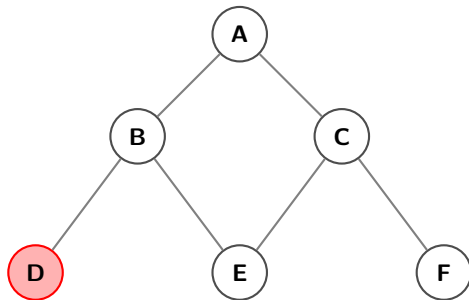
 Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> - Soused: C
> Zpracovávám: B
> - Soused: A
> - Soused: D
> - Soused: E
> Zpracovávám: C
> - Soused: A
> - Soused: E
> - Soused: F
> Zpracovávám: D
```



Legenda animace:

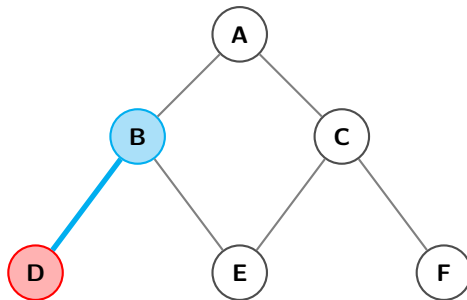
-  Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
-  Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
-  Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> Zpracovávám: B
> - Soused: A
> - Soused: D
> - Soused: E
> Zpracovávám: C
> - Soused: A
> - Soused: E
> - Soused: F
> Zpracovávám: D
> - Soused: B
```

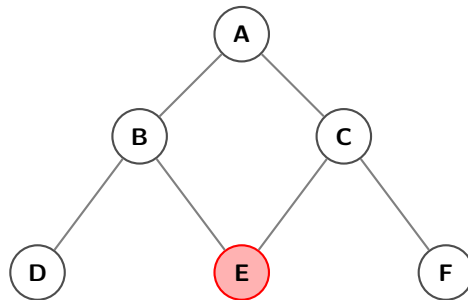


Legenda animace:

-  Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
-  Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
-  Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “



Výstup programu (Konzole)

```
> - Soused: A
> - Soused: D
> - Soused: E
> Zpracovávám: C
> - Soused: A
> - Soused: E
> - Soused: F
> Zpracovávám: D
> - Soused: B
> Zpracovávám: E
```

Legenda animace:



Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)



Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)



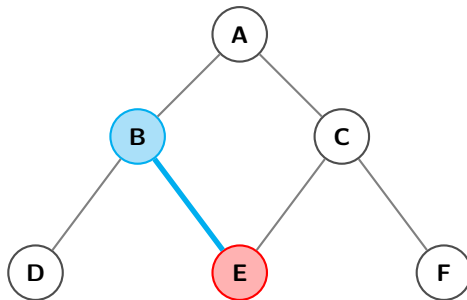
Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: Pro každý vrchol v ...
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: Pro každého souseda u ...
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> - Soused: D
> - Soused: E
> Zpracovávám: C
> - Soused: A
> - Soused: E
> - Soused: F
> Zpracovávám: D
> - Soused: B
> Zpracovávám: E
> - Soused: B
```



Legenda animace:

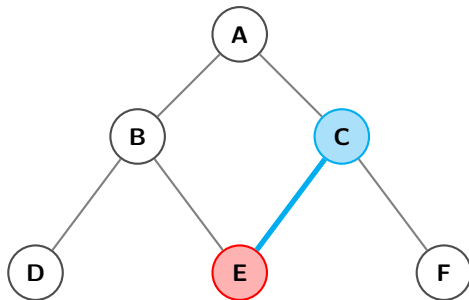
-  Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
-  Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
-  Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: Pro každý vrchol v ...
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: Pro každého souseda u ...
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> - Soused: E
> Zpracovávám: C
> - Soused: A
> - Soused: E
> - Soused: F
> Zpracovávám: D
> - Soused: B
> Zpracovávám: E
> - Soused: B
> - Soused: C
```

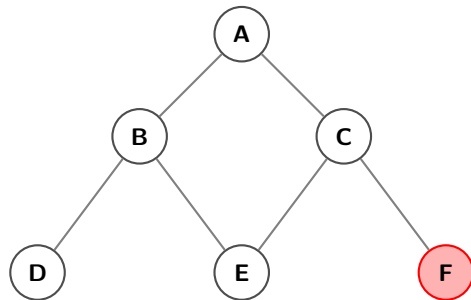


Legenda animace:

- v Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
- u Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
- Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “



Výstup programu (Konzole)

```
> Zpracovávám: C
> - Soused: A
> - Soused: E
> - Soused: F
> Zpracovávám: D
> - Soused: B
> Zpracovávám: E
> - Soused: B
> - Soused: C
> Zpracovávám: F
```

Legenda animace:



Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)



Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)



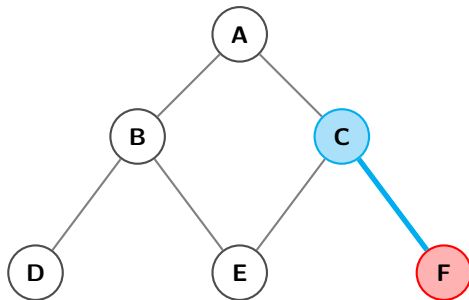
Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “

Výstup programu (Konzole)

```
> - Soused: A
> - Soused: E
> - Soused: F
> Zpracovávám: D
> - Soused: B
> Zpracovávám: E
> - Soused: B
> - Soused: C
> Zpracovávám: F
> - Soused: C
```

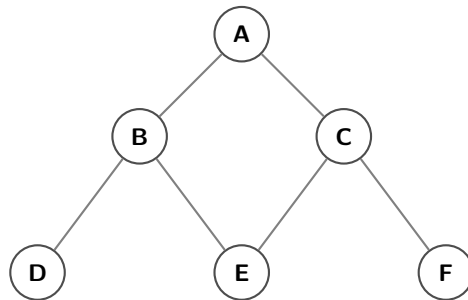


Legenda animace:

-  Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)
-  Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)
-  Zpracovávaná hrana (Tisk)

Animace průchodu (Krokování)

- 1: **Pro každý vrchol v ...**
- 2: Vytiskni „Zpracovávám: v “
- 3: **Pro každého souseda u ...**
- 4: Vytiskni „ - Soused: u “



Výstup programu (Konzole)

```
> - Soused: F
> Zpracovávám: D
> - Soused: B
> Zpracovávám: E
> - Soused: B
> - Soused: C
> Zpracovávám: F
> - Soused: C
```

HOTOVO. Celkem vytištěno 12 sousedů.

Legenda animace:



Aktuální vrchol v (Vnější cyklus)



Aktuální soused u (Vnitřní cyklus)



Zpracovávaná hrana (Tisk)

Shrnutí: Co jsme viděli?

- Vnější cyklus běžel 6krát (pro každý vrchol A až F). To je složitost $O(|V|)$.
- Vnitřní cyklus běžel celkem 12krát.
- Všimněte si v animaci: Každá hrana (např. mezi A a B) byla zvýrazněna **přesně dvakrát**.
 - ▶ Jednou, když jsme byli v A a dívali se na souseda B.
 - ▶ Podruhé, když jsme byli v B a dívali se na souseda A.
- Celkový počet operací ve vnitřním cyklu je tedy $2 \times$ počet hran. To je složitost $O(|E|)$.

Celková časová složitost

Složitost = Vnější cyklus + Součet všech vnitřních cyklů

$$O(|V|) + O(2|E|) \approx \mathbf{O(—V— + —E—)}$$

(Tato složitost je lineární vzhledem k velikosti vstupu grafu.)