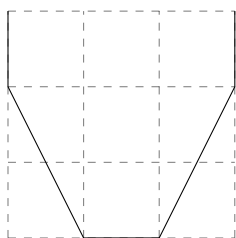


# Písenná část zkoušky z AN1

18. ledna 2025

1. Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce.

- Definujte funkce  $S$ ,  $V$ , které charakterizují, jakým způsobem plocha hladiny a objem pod hladinou závisejí na výšce hladiny  $h$ .
- Načrtněte graf funkce  $S$ .
- Vypočtete derivaci  $V'$ . Jak tuto derivaci použijete k ověření správnosti výpočtu?



1\* Navíc napište geometrický/fyzikální význam rozdílu  $V(h + \Delta h) - V(h)$  pro  $h = 1$ ,  $\Delta h \in (0, 2)$ .

Co můžete z výsledků 1(a) říct o hodnotě podílu  $\frac{V(1+\Delta h)-V(1)}{\Delta h}$  pro  $\Delta h \in (0, 1)$ ?

2. Vypočtete kořeny rovnice  $f(x) = y$  s neznámou  $x$  a parametrem  $y$ . Na základě spočítaných kořenů určete obor hodnot funkce  $f$  a rozhodněte, zda je prostá. Vysvětlete, jak jste ke svým závěrům došli.

$$f(x) = \frac{10x - 10}{x^2 + 2x + 6}$$

2\* Vyřešte úlohu 1 a na základě výsledků (nic dalšího nepočítejte) vyznačte do soustavy souřadné množiny bodů:

- Které neleží na grafu funkce  $f$ .
- Které leží na grafu funkce  $f$ .
- O kterých nelze rozhodnout, zda leží na grafu funkce  $f$ .

3. Určete definiční obor funkce  $f$  a nalezněte intervaly, na nichž je  $f$  rostoucí

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 2x + 6}$$

3\*

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 2x - 2}$$

4. Napište rovnici tečny ke grafu funkce  $f$  v bodě  $a = 3$ . Tečnu zakreslete do soustavy souřadné.

$$f(x) = \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 - 2x - 2}}$$

- 4\* Napište Taylorův polynom prvního a druhého stupně funkce  $f$  v bodě  $a$ . Jakou vzájemnou polohu mají jejich grafy?

5. Vysvětlete, za jakých podmínek je umocňování nerovnice ekvivalentní úprava. Pomocí ekvivalentních úprav vyřešte nerovnici

$$\sqrt{3x + 4} \leq x$$

- 5\* Vyřešte pomocí ekvivalentních úprav nerovnici

$$(\sqrt{3x + 4})^6 \leq x^6$$