

Písenná část zkoušky z AN1

21. ledna 2025

1. Vypočtete kořeny rovnice $f(x) = y$ s neznámou x a parametrem y . Na základě spočítaných kořenů určete obor hodnot funkce f a rozhodněte, zda je prostá. Vysvětlete, jak jste ke svým závěrům došli.

$$f(x) = \frac{10x - 20}{x^2 + 5}$$

- 1* Vyřešte úlohu 1 a na základě výsledků (nic dalšího nepočítejte) vyznačte do soustavy souřadné množiny bodů:

- (a) Které neleží na grafu funkce f .
- (b) Které leží na grafu funkce f .
- (c) O kterých nelze rozhodnout, zda leží na grafu funkce f .

2. Odvoďte z definice vzorec pro derivaci funkce

$$f(x) = \sqrt{x^3}$$

2*

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

3. Pro každou ze zadaných posloupností zjistěte, zda je monotonní, určete druh monotonie a svůj závěr řádně zdůvodněte (dokažte, že je posloupnost monotonní). Dále určete supremum množiny členů posloupnosti a svůj závěr zdůvodněte (dokažte, že vámi určené číslo je supremem množiny).

$$\left\{ \frac{2n+3}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty}, \quad \left\{ \frac{2n+1}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty},$$

- 3* Řešte úlohu pro posloupnosti

$$\left\{ \sqrt{\frac{2n+3}{n+1}} \right\}_{n=1}^{\infty}, \quad \left\{ \left(\frac{2n+1}{n+1} \right)^{12} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

4. Zformulujte důsledek věty o kořeni spojitě funkce. S použitím tohoto důsledku řešte nerovnici

$$\sqrt{3x+4} \leq x$$

4* Navíc načrtněte graf funkce f definované na intervalu $[0, 1]$ splňující

(a) $f(0) < 0$

(b) $f(1) > 0$

(c) $(\forall x \in [0, 1])(f(x) \neq 0)$

5. Určete definiční obor funkce f a nalezněte intervaly, na nichž je f rostoucí

$$f(x) = \frac{x - 2}{x^2 + 5}$$

5*

$$f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 3}$$