

Úloha z matematické analýzy na cičení 24. září 2025

- 1a Pro funkci f diskutujte počet kořenů rovnice $y = f(x)$ s neznámou x a parametrem y . Kořeny rovnice x vyjádřete jako funkci proměnné y .

Ze svých výpočtů odvoďte vlastnosti funkce f (prostota, omezenost, existence extrémů, obor hodnot).

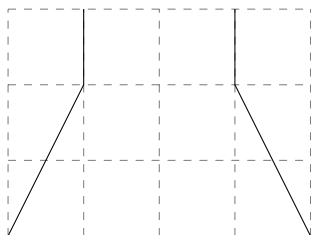
$$f(x) = \frac{10x - 20}{x^2 + 5}$$

1b

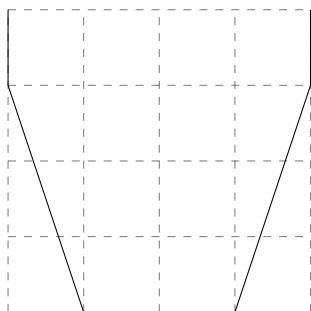
$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$$

- 2a Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce. Vodorovné řezy nádoby jsou tedy kružnice, které mají u dna poloměr $r = 2j$, ve výšce $h \in [2, 3]$ poloměr $r = 1j$.

Pro výšku $h \in [0, 2]$, tedy v části nádoby, kde se řez nádobou mění, vyjádřete poloměr r jako funkci výšky h .



- 2b Zde vyjádřete velikost poloměru jako funkci výšky h pro $h \in [0, 3]$.



- 3a Pro funkci $f(x) = 2 - x - x^2$ vypočtěte

(a) $f(x + \Delta x)$

(b) $f(x + \Delta x) - f(x)$

(c) $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

- (d) Výraz v (c) pokračujte tak, aby bylo možné dosadit za Δx nulu a dosadte ji.

Dostanete výraz, který ve shodě s videem o Newtonovi, Leibnizovi a Boltovi budeme nazývat podíl diferenciálů, případně podíl nekonečně malých přírůstků, případně derivaci funkce f v bodě x .