

Úlohy z matematické analýzy na cičení 1. října 2025

- 1a Napište rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě a . Derivaci funkce počítejte s použitím vzorců.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 11}, \quad a = -2$$

1b

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - x - 1}, \quad a = 2$$

- 2a Pravoúhlý trojúhelník má odvěsny velikosti $|BC| = 2j$, $|AC| = 3j$. Ve vzdálenosti x od vrcholu B vedeme kolmici na odvěsnu BC . Tato kolmice rozdělí $\triangle ABC$ na menší trojúhelník a lichoběžník.

Vyjádřete obsah lichoběžníku i menšího pravoúhlého trojúhelníku jako funkci proměnné x .

Vypočítejte derivace těchto funkcí dvěma způsoby: s použitím vzorců a geometrickou úvahou.

- 2b Kužel má poloměr podstavy $r = 2j$ a výšku $v = 5j$. Ve vzdálenosti x od vrcholu kužele vedeme rovinu kolmou k ose kužele. Tato rovina rozdělí kužel na dvě části: menší kužel a komolý kužel.

Vyjádřete objem obou těles (menšího kužele a komolého kužele) jako funkci proměnné x .

Tyto funkce zderivujte podle x dvěma způsoby: s použitím vzorců a geometrickou úvahou.

- 2c* Do nádoby ve tvaru komolého kužele přitéká voda rychlostí jeden litr za minutu. Dolní podstava nádoby má poloměr $r_1 = 20cm$, horní podstava $r_2 = 30cm$, výška je $v = 10cm$.

Napište funkci $h(t)$, která popisuje výšku hladiny v závislosti na čase. Za počátek času volte okamžik, kdy byla nádoba prázdná a voda začala přitékat.

- 2d V úloze 2c* určete, v kterém čase $t_1 = 1s$, $t_2 = 2s$ má derivace dh/dt větší hodnotu.

- 3a Odvoďte vzorec pro derivaci funkce $f(x) = 1/x$.

- 3b Nechť P je polynom. Odvoďte vzorec pro derivaci funkce $f(x) = 1/P(x)$.

3b Odvoďte vzorec pro derivaci podílu dvou polynomů.

Vyjádřete podíl P/Q jako součin $P \cdot 1/Q$, použijte vzorec pro derivaci součinu a pro derivaci převrácené hodnoty $(1/Q)'$.