

Úlohy z matematické analýzy na cvičení 15. října 2025

- 1a Pro posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ vypočtete limity vybraných posloupností $b_k = a_{2k}$, $c_k = a_{2k+1}$. Co odtud a z věty o limitě vybrané posloupnosti plyne pro limitu posloupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$?

$$a_n = \frac{(-1)^n(1 - 2n^2)^3}{(1 - 3n^3)^2}$$

1b

$$a_n = \frac{n^2 + (-1)^n}{(-1)^n n^2 + 1}$$

1c

$$a_n = \frac{(-1)^n(n+1)^5}{n^6 + 1}$$

- 1d Vypočtete limity posloupností $b_k = a_{4k+1}$, $c_k = a_{4k+2}$ pro

$$a_n = \frac{(-1)^{\binom{n}{2}}(n+1)^5}{n^5 + 1}$$

2. Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce.

- (i) Definujte funkce S , V , které charakterizují, jakým způsobem plocha hladiny a objem pod hladinou závisejí na výšce hladiny h .
- (ii) Načrtněte graf funkce S .
- (iii) Vypočtete derivaci V' . Jak tuto derivaci použijete k ověření správnosti výpočtu?

