

Úlohy z matematické analýzy na cvičení 22. října 2025

1. Uveďte příklad posloupnosti zadaných vlastností. Pokud taková posloupnost neexistuje, tak toto tvrzení zdůvodněte.
 - 1a Posloupnost je rostoucí a není konvergentní.
 - 1b Posloupnost je konvergentní a není monotonní.
 - 1c Posloupnost je konvergentní a není omezená.
 - 1d Posloupnost je omezená a není konvergentní.
2. Napište definici suprema množiny $M \subseteq \mathbb{R}$ a ukažte, že pro $M = (2, 5)$ této definici vyhovuje číslo 5.
3. Ukažte, že nerovnice $|x - 2| < 3$ má řešení $x \in (-1, 5)$ a nerovnice $|x - a| < \varepsilon$ má pro kladné ε řešení $x \in (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$.
4. Ukažte, že pro rostoucí posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí

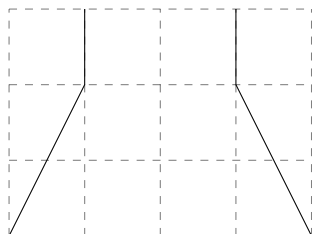
$$\forall n, n_0 \in \mathbb{N}, n > n_0 : a_n > a_{n_0}$$

- 5a Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce. Napište funkci, která popisuje poloměr hladiny $r(h)$ ve výšce h . Nakreslete graf této funkce.

Zkoumejte spojitost této funkce v bodě $a = 2$.

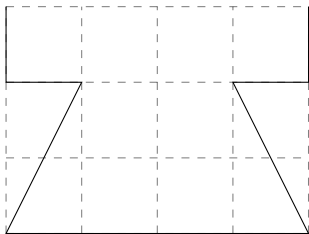
Pokud je funkce v bodě a spojitá, napište definici spojitosti a pro obecně zadané $\varepsilon > 0$ určete $\delta > 0$ vyhovující definici.

Pokud funkce není v bodě a spojitá, napište negaci definice spojitosti a zvolte konkrétní $\varepsilon > 0$ takové, že ke každému $\delta > 0$ existuje x vyhovující negaci definice. Toto x vyjádřete pomocí δ .



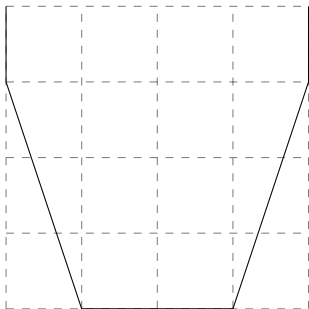
5b

$$a = 2$$



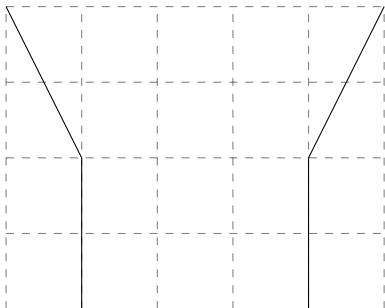
5c

$$a = 3$$



5d

$$a = 2$$



5e

$$a = 4$$

