

Úlohy z matematické analýzy na cvičení 26. listopadu 2025

1. Načrtněte soustavu souřadnou, v jejím prvním kvadrantu zvolte bod $[x_0, y_0]$ a veďte tímto bodem přímkou o směrnici $a < 0$.

Poté vyšrafujte část roviny obsahující body $[x, y]$ splňující nerovnost

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} < a$$

2. Nechť funkce f je v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$ diferencovatelná a platí $f'(x_0) < 0$.

Ukažte, že existuje $\delta > 0$ takové, že

- pro $x \in (x_0 - \delta, x_0)$ platí $f(x) > f(x_0)$
- pro $x \in (x_0, x_0 + \delta)$ platí $f(x) < f(x_0)$

Dále ukažte, že f nemá v bodě x_0 lokální extrém.

3. Určete definiční obor a vypočtěte derivaci funkce f

3a

$$f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 2x + 6}$$

3b

$$f(x) = \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + x + 3}}$$

3c

$$f(x) = x^6 - 3x^4 - 24x^2 + 12$$

4. Pro funkce z úlohy 3 řešte rovnici $f'(x) = 0$ a nerovnice $f'(x) < 0$, $f'(x) > 0$.
5. Co plyne z výsledku úlohy 4 pro monotonii příslušných funkcí?