

Úlohy z matematické analýzy na cvičení 10. prosince 2025

1. Sud má tvar rotačního válce bez horní podstavy. Při daném objemu sudu určete poměr výšky a poloměru jeho podstavy tak, aby plocha materiálu potřebného na dno a plášť byla minimální. Výsledek znázorněte schematickým náčrtem sudu v nalezených proporcích.
2. Z kartonu má být vyrobena otevřená krabice (bez víka) ve tvaru kváдру o daném objemu V . Dno krabice má tvar obdélníku se stranami v poměru 3:4. Určete takový poměr rozměrů krabice (stran dna a výšky), aby plocha použitého kartonu na dno a stěny byla minimální.
3. Plechovka na nápoj má tvar rotačního válce o daném objemu V . Předpokládejte, že náklady na výrobu jsou přímo úměrné celkové ploše pláště a obou podstav plechovky a že materiál je všude stejně drahý. Určete takový poměr rozměrů plechovky (výšky a poloměru podstavy), pro který je tato plocha minimální. Výsledek znázorněte schematickým náčrtem plechovky v nalezených proporcích.
4. Válcový zásobník na vodu má daný objem V a je zateplen izolační vrstvou: plášť je izolován levnějším materiálem, obě podstavy dražším materiálem, který je třikrát dražší než materiál na plášť. Určete takový poměr rozměrů zásobníku (výšky a poloměru podstavy), aby byly celkové náklady na izolační materiál minimální. Výsledek schematicky znázorněte náčrtem válcového zásobníku v odpovídajících proporcích.
5. Plechová nádrž má tvar kváдру o daném objemu V . Dno nádrže má tvar obdélníku se stranami v poměru 3:2. Nádrž má víko i dno a všechny stěny jsou ze stejného plechu. Určete takový poměr rozměrů nádrže (stran dna a výšky), aby byla celková plocha povrchu, a tedy i spotřeba plechu, minimální.
6. Napište definici infima množiny M a axiomy infima přepište pomocí x pro množinu

$$M = \{f(x) : x \in (x_0, b)\}$$

Dále ukažte, že funkce rostoucí a zdola omezená na intervalu (x_0, b) má v bodě x_0 limitu zprava rovnou infimu množiny M .