

# Písemná část zkoušky z AN1

19. prosince 2025

1. Určete definiční obor funkce  $f$  a nalezněte intervaly, na nichž je  $f$  rostoucí

$$f(x) = \frac{3x - 2}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$$

- 1\* Řešte úlohu pro funkci

$$g(x) = f(x^2)$$

2. Vysvětlete, za jakých podmínek je umocňování nerovnice ekvivalentní úprava. Pomocí ekvivalentních úprav vyřešte nerovnici

$$\sqrt{3x + 4} \leq x$$

- 2\* Vyřešte pomocí ekvivalentních úprav nerovnici

$$(\sqrt{3x + 4})^6 \leq x^6$$

3. Odvoďte z definice vzorec pro derivaci funkce

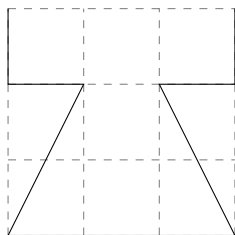
$$f(x) = \sqrt{x^3}$$

- 3\*

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3 + 1}}$$

4. Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce.

- (a) Definujte funkce  $S$ ,  $V$ , které charakterizují, jakým způsobem plocha hladiny a objem pod hladinou závisejí na výšce hladiny  $h$ .
- (b) Načrtněte graf funkce  $S$ .
- (c) Výpočtete derivaci  $V'$ . Jak tuto derivaci použijete k ověření správnosti výpočtu?



4\* Navíc vysvětlete podrobně na čem je založena kontrola v bodě (c).

5. Rozložte výrazy na lineární kombinaci parciálních zlomků.

$$V(x) = \frac{4x^2 + 7x + 4}{x^3 + 3x^2 + 2x}, \quad \frac{-x^2 + 2x - 9}{x^3 + 3x}$$

5\* Rozložte výrazy na součet polynomu a lineární kombinace parciálních zlomků.

$$xV(x^2) = \frac{4x^4 + 7x^2 + 4}{x^5 + 3x^3 + 2x}, \quad \frac{2x^3 - x^2 + 8x - 9}{x^3 + 3x}$$