

Písemná část zkoušky z AN1

13. ledna 2026

1. Určete definiční obor funkce f a nalezněte intervaly, na nichž je f rostoucí

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-2x+2}}$$

- 1* Řešte úlohu pro funkci

$$g(x) = (f(x))^3$$

2. Vysvětlete, za jakých podmínek je umocňování nerovnice ekvivalentní úprava. Pomocí ekvivalentních úprav vyřešte nerovnici

$$\sqrt{x-1} \geq x-3$$

- 2* Vyřešte pomocí ekvivalentních úprav nerovnici

$$(\sqrt{x-1})^6 \leq (x-3)^6$$

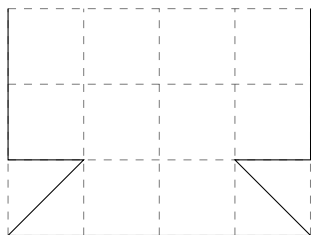
3. Napište rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě a . Tečnu zakreslete do soustavy souřadné.

$$f(x) = x - 2\sqrt{2-x^2} \quad a = 1$$

- 3* Navíc vypočtete druhou derivaci funkce f . Co odtud plyne pro polohu grafu funkce a tečny? Na jaké straně tečny leží graf funkce? Svoje tvrzení zdůvodněte.

4. Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce.

- (a) Definujte funkce S , V , které charakterizují, jakým způsobem plocha hladiny a objem pod hladinou závisejí na výšce hladiny h .
- (b) Načrtněte graf funkce S .
- (c) Vypočtete derivaci V' . Jak tuto derivaci použijete k ověření správnosti výpočtu?



- 4* Navíc vysvětlíte podrobně na čem je založena kontrola v bodě (c).
5. Válcový zásobník na vodu má daný objem V a je zateplen izolační vrstvou: plášť je izolován levnějším materiálem, obě podstavy dražším materiálem, který je dvakrát dražší než materiál na plášť. Určete takový poměr rozměrů zásobníku (výšky a poloměru podstavy), aby byly celkové náklady na izolační materiál minimální. Výsledek schematicky znázorníte náčrtkem válcového zásobníku v odpovídajících proporcích.
- 5* Vyřešte úlohu pro zásobník ve tvaru čtyřbokého hranolu s podstavou ve tvaru čtverce. Boční stěny jsou izolovány dvakrát levnějším materiálem než podstavy. Vypočtete poměr velikosti hrany podstavy a výšky zásobníku pro minimální cenu materiálu na zateplení.