

Písemná část zkoušky z AN1

17. ledna 2026

1. Určete definiční obor funkce f a nalezněte intervaly, na nichž je f rostoucí

$$f(x) = \frac{8 - 2x}{x^2 - 4x + 9}$$

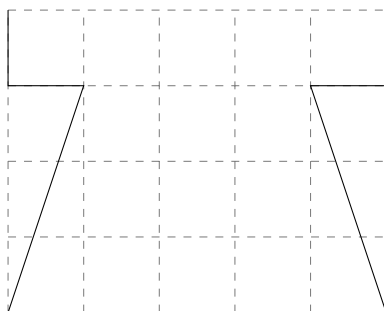
- 1* Řešte úlohu pro funkci

$$g(x) = (f(x))^3$$

2. Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce. Napište funkci, která popisuje poloměr hladiny $r(h)$ ve výšce h . Nakreslete graf této funkce.

Ukažte, že tato funkce není spojitá v bodě $h = 3$, přitom pro $h = 3$ zvolte poloměr hrdla nádoby (tj. ten menší).

Napište negaci definice spojitosti, zvolte konkrétní $\varepsilon > 0$ takové, že ke každému $\delta > 0$ existuje x vyhovující negaci definice. Toto x vyjádřete pomocí δ .



- 2* Navíc určete, zda je funkce $r(h)$ spojitá v bodě $h = 4$. Případně: Je spojitá v tomto bodě zleva? Je spojitá v tomto bodě zprava?
3. Zformulujte důsledek věty o kořeni spojité funkce. S použitím tohoto důsledku řešte nerovnici

$$\sqrt{x-1} \geq x-3$$

- 3* Stejnou metodou řešte nerovnici

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}} \leq \frac{1}{x-3}$$

4. Odvoďte z definice vzorec pro derivaci funkce

$$f(x) = \frac{1}{x^3}$$

4*

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$$

5. Válcový zásobník na vodu má daný objem V a je zateplen izolační vrstvou: plášť je izolován levnějším materiálem, obě podstavy dražším materiálem, který je dvakrát dražší než materiál na plášť. Určete takový poměr rozměrů zásobníku (výšky a poloměru podstavy), aby byly celkové náklady na izolační materiál minimální. Výsledek schematicky znázorněte náčrtkem válcového zásobníku v odpovídajících proporcích.
- 5* Vyřešte úlohu pro zásobník ve tvaru čtyřbokého hranolu s podstavou ve tvaru čtverce. Boční stěny jsou izolovány dvakrát levnějším materiálem než podstavy. Vypočtěte poměr velikosti hrany podstavy a výšky zásobníku pro minimální cenu materiálu na zateplení.