

Písemná část zkoušky z AN1

30. ledna 2026

1. Určete definiční obor funkce f a nalezněte intervaly, na nichž je f rostoucí

$$f(x) = \frac{6 - 6x}{x^2 + 3}$$

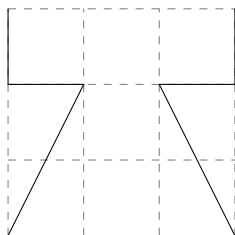
- 1* Řešte úlohu pro funkci

$$g(x) = (f(x))^3$$

2. Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce. Napište funkci, která popisuje poloměr hladiny $r(h)$ ve výšce h . Nakreslete graf této funkce.

Ukažte, že tato funkce není spojitá v bodě $h = 2$, přitom pro $h = 2$ zvolte poloměr hrdla nádoby (tj. ten menší).

Napište negaci definice spojitosti, zvolte konkrétní $\varepsilon > 0$ takové, že ke každému $\delta > 0$ existuje x vyhovující negaci definice. Toto x vyjádřete pomocí δ .



- 2* Navíc určete, zda je funkce $r(h)$ spojitá v bodě $h = 0$. Případně: Je spojitá v tomto bodě zleva? Je spojitá v tomto bodě zprava?
3. Zformulujte důsledek věty o kořeni spojité funkce. S použitím tohoto důsledku řešte nerovnici

$$\sqrt{3 + x} > x + 1$$

- 3* Řešte nerovnici libovolnou metodou

$$\frac{1}{\sqrt{3 + x}} < \frac{1}{x + 1}$$

4. Odvoďte z definice vzorec pro derivaci funkce

$$f(x) = \frac{1}{x^3}$$

4*

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 3}}$$

5. Napište rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě a . Tečnu zakreslete do soustavy souřadné.

$$f(x) = (x^2 + 2)\sqrt{2 - x^2} \quad a = 1$$

- 5* Navíc vypočtete hodnotu druhé derivace funkce f v bodě a a načrtněte graf polynomu

$$P(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{1}{2}f''(a)(x - a)^2$$