Úlohy na cvičení dne 4. listopadu 2026

1. Na přednášce jsme odvodili vzorce pro derivace n-té mocniny a odmocniny a pro převrácenou hodnotu

$$(x^n)' = nx^{n-1}, \qquad (x^{1/n})' = \frac{1}{n}x^{1/n-1}, \qquad (1/x)' = -1/x^2$$

   Použijte tyto vzorce a vzorec pro derivaci složené funkce k odvození vzorce pro mocninu s racionálním exponentem

$$(x^{n/m})' = \frac{n}{m}x^{n/m-1}$$

2. Napište definici limity posloupnosti a ukažte, že pro konstantní posloupnost platí

$$\lim_{n\to\infty} c = c$$

3. Napište definici rostoucí a neklesající posloupnosti a ukažte, že každá rostoucí posloupnost je neklesající posloupností.

   Na příkladě ukažte, že opačná implikace neplatí: najděte neklesající posloupnost, která není rostoucí.

4. Zformulujte a vyřešte obdobnou úlohu pro klesající a nerostoucí posloupnost.

5. Zkoumáme posloupnost $\{\frac{2n-1}{n+3}\}_{n=1}^{\infty}$

   (a) Zjistěte, zda je monotonní a určete druh monotonie.

   (b) Ukažte, že $H = 2$ je nejmenší horní hranice této posloupnosti.

   (c) Ukažte, že $D = 0.25$ je největší dolní hranice této posloupnosti.