

Pátá série úloh ze středoškolské matematiky pro studenty FP TUL

Cíl: procvičit porozumění psanému textu, procvičit použití
přímé úměry a až v další řadě procvičit geometrii.

Doporučujeme každou úlohu začít náčrtem zadání. U každé úlohy uveďte
i obor proměnné (zpravidla to bude interval).

1. Pravoúhlý trojúhelník má přeponu o velikosti $c = 1$. Vyjádřete jeho obsah jako funkci velikosti jedné z jeho odvěsen.
2. Vyjádřete velikost přepony c rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku jako funkci obvodu trojúhelníku.
3. Z rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku o délce přepony $c = 1$ odřízneme lichoběžník, jehož jedna ze základů je totožná s přeponou trojúhelníku a který má výšku x . Vyjádřete pomocí x obsah lichoběžníku.
4. Pravoúhlý trojúhelník, lichoběžník a x jako v předchozí úloze ... pomocí x vyjádřete obsah pravoúhlého trojúhelníku, který zbyde po odříznutí lichoběžníku.
5. Mezikružší má vnitřní poloměr r a vnější poloměr $2r$. Úhel o velikosti $\varphi = 2\pi/3$ má vrchol ve středu mezikružší. Vyjádřete pomocí r obsah části mezikružší vytknutou (tj. vyříznutou) tímto úhlem.
6. Mezikružší má vnitřní poloměr $r_1 = 2$ a vnější poloměr $r_2 = 5$. Úhel o velikosti φ má vrchol ve středu mezikružší. Pomocí φ vyjádřete obsah části mezikružší vytknutou tímto úhlem.
7. Pravoúhlý lichoběžník má základny délek $a = 1$, $b = 4$ a výšku $v = 2$. Lichoběžník rozdělíme na dvě části přímkou rovnoběžnou se základnami ve vzdálenosti x od kratší základny. Vyjádřete obsahy každé takto vzniklé části lichoběžníku jako funkci proměnné x .
8. Vyjádřete poměr velikosti ramene a základny rovnoramenného trojúhelníku pomocí úhlu α , který svírají ramena trojúhelníku.

9. Do rovnoramenného trojúhelníku o základně délky $z = 4\text{cm}$ a výšce $v = 7\text{cm}$ vepište obdélník tak, aby dva jeho vrcholy ležely na základně trojúhelníku a druhé dva na ramenech trojúhelníku.

Vyjádřete obsah obdélníku jako funkci délky jeho strany, která leží na základně trojúhelníku.

10. Kužel má kruhovou podstavu o poloměru $r = 2$ a výšku $h = 3$. Ve vzdálenosti x od vrcholu kužele vedeme řez kužele rovinou kolmou k ose kužele. Vyjádřete plošný obsah řezu kužele jako funkci proměnné x .

Poznámka: v úlohách používáme formulace „vyjádřete pomocí ...“ a „vyjádřete jako funkci ...“. Tyto dvě formulace mají totožný význam.