

Úlohy na goniometrické funkce

1. Ze součtových vzorců pro sinus a kosinus odvoďte vzorce pro sinus a kosinus dvojnásobného a polovičního argumentu.

Máme na mysli vzorce

$$\begin{aligned}\sin(2x) &= 2 \sin(x) \cos(x), \\ \cos(2x) &= \cos^2(x) - \sin^2(x) \\ &= 2 \cos^2(x) - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2(x), \\ |\sin(x/2)| &= \sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{2}}, \\ |\cos(x/2)| &= \sqrt{\frac{1 + \cos(x)}{2}}\end{aligned}$$

2. Odvoďte hodnotu sinu a kosinu argumentů: $\pi/12, 5\pi/12, 7\pi/12, 11\pi/12$.

NÁVOD: Všimněte si, že $\pi/12$ je polovina $\pi/6$ a dále využijte symetrii buď na jednotkové kružnici, nebo grafů.

- 3* Odvoďte vztah pro $\sin(\pi/5)$.

NÁVOD: Odvoďte vztah pro $\sin(5x)$ a řešte rovnici $\sin(5x) = 0$.

4. Odvoďte vzorce (první z definice derivace a součtových vzorců, na další čtyři použijte pravidlo pro derivaci podílu)

$$\begin{aligned}\cos'(x) &= -\sin(x), \\ \operatorname{tg}'(x) &= 1 + \operatorname{tg}^2(x), \quad \operatorname{tg}'(x) = 1/\cos^2(x), \\ \operatorname{cotg}'(x) &= -1 - \operatorname{cotg}^2(x), \quad \operatorname{cotg}'(x) = -1/\sin^2(x),\end{aligned}$$

5. Graficky na ose x vyznačte kořen rovnice $\sin(x_1) = 0.2$ na intervalu $[-\pi/2, \pi/2]$ a pomocí x_1 vyjádřete ostatní kořeny rovnice na intervalu $I = [-\pi, 2\pi]$.

Totéž pro rovnici $\cos(y_1) = 0.3$ na intervalu $[0, \pi]$ – vyjádřete pomocí y_1 ostatní kořeny na I .