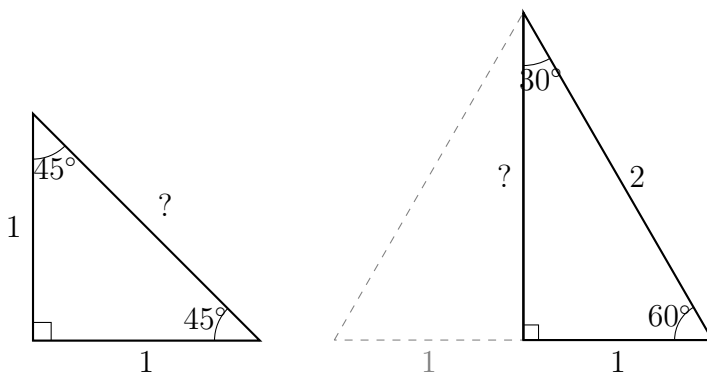


Úlohy na goniometrické funkce (středoškolské)

Trigonometrická definice goniometrických funkcí

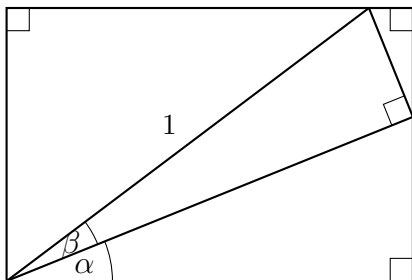
1. Z trigonometrické definice odvoďte hodnoty goniometrických funkcí pro $x = \pi/6$, $x = \pi/4$, $x = \pi/3$.

NÁVOD: Použijte rovnostranný trojúhelník a rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník.



2. Na obrázku vidíte čtyři pravoúhlé trojúhelníky. Tři úhly na pravé straně se skládají na přímý úhel.

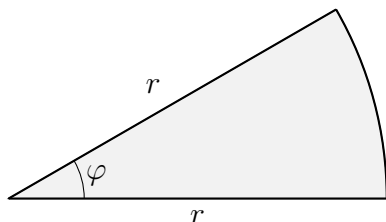
- (a) Vyjádřete velikosti ostrých úhlů všech trojúhelníků pomocí velikostí úhlů α , β .
- (b) Vyjádřete velikosti odvěsen těchto trojúhelníků pomocí velikostí úhlů α , β . Předpokládejte, že nejdelší přepona má jednotkovou délku.



3. Použijte výsledky předchozího příkladu k odvození součtových vzorců pro sinus a kosinus.

NÁVOD: Trojúhelníky jsou vepsané do obdélníku. Protější strany obdélníku se rovnají.

4. Odvoďte vzorec pro obsah kruhové výseče o poloměru r vytknuté úhlem o velikosti φ . Odvoďte oba vzorce: pro velikost úhlu ve stupních i v radiánech.

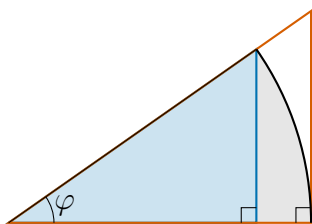


NÁVOD: Použijte přímou úměru mezi plochou výseče a velikostí jejího úhlu.

5. Na obrázku je výseč o poloměru $r = 1$ a úhlu φ spolu s vepsaným a opsaným pravoúhlým trojúhelníkem. Napište vztahy pro obsahy obou trojúhelníků i výseče. U výseče velikost úhlu φ měřte v radiánech.

Z nerovností mezi těmito obsahy odvoďte vztahy

$$\cos(\varphi) \leq \frac{\sin(\varphi)}{\varphi} \leq \frac{1}{\cos(\varphi)}$$



Grafy, rovnice, nerovnice

6. Načrtněte graf funkce sinus na intervalu $I = [0, 2\pi]$. Na I řešte rovnici $\sin(x) = 0$ a nerovnice $\sin(x) > 0$, $\sin(x) < 0$.

Řešte stejnou úlohu pro funkci kosinus – načrtněte graf a řešte rovnici a nerovnice. Pro řešení rovnice volte interval $I_r = [0, 2\pi]$. Pro řešení nerovnic za interval I_n volte periodu s krajními body v kořenech rovnice.

- 7a Nalezněte kořeny funkce f na periodě $I = [0, 2\pi]$. Poté zvolte periodu s krajními body v kořenech a na této periodě řešte nerovnice $f(x) > 0$, $f(x) < 0$.

$$f(x) = 2 \cos(x) - 1$$

7b

$$f(x) = 2 \sin(x) \cos(x) - \sin(x)$$

7c

$$f(x) = 6 + 12 \sin(x)$$

7d

$$f(x) = 6 \sin(x) \cos(x) + 12 \sin^2(x) \cos(x)$$