

Úlohy k přípravě na zkoušku z PAN2/KAN2

pro akademický rok 2025/26

- 1a Nalezněte kořeny funkce f na periodě $I_k = [0, 2\pi]$. Poté zvolte periodu I s krajními body v některých kořenech a na této periodě řešte nerovnice $f(x) > 0$, $f(x) < 0$.

$$f(x) = \cos(x) - 2 \sin(x) \cos(x)$$

1b

$$f(x) = 6 \sin(x) \cos(x) - 12 \cos^2(x) \sin(x)$$

1c*

$$f(x) = \cos^4(x) - 3 \sin^2(x) \cos^2(x)$$

- 2a Určete definiční obor funkce f a nalezněte intervaly, na nichž je funkce f rostoucí.

Pro varianty a, b, c stačí, když určíte intervaly jen v jedné periodě. Krajní body periody volte v bodech, kde se mění druh monotonie.

$$f(x) = \sin(x) + \cos^2(x)$$

2b

$$f(x) = 3 \sin^2(x) + 4 \cos^3(x)$$

2c*

$$f(x) = \sin(x) \cos^3(x)$$

2d

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{x+1} \right)$$

2e

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x) + \operatorname{arctg}(1/x)$$

2f

$$f(x) = \arcsin(3x - 2)$$

2g

$$f(x) = \arcsin \sqrt{x - x^2}$$

2h

$$f(x) = \arcsin(2x^2 + 2x)$$

2i

$$f(x) = \frac{\log(x)}{\sqrt{x^5}}$$

2j

$$f(x) = \sqrt{x^3} \log(x)$$

2k

$$f(x) = \frac{x^2}{\log(x)}$$

2l

$$f(x) = \log(x^3 - 12x)$$

2m

$$f(x) = (x^2 - 2) \exp(2x)$$

2n

$$f(x) = \exp \frac{x+1}{x^2-1}$$

2o

$$f(x) = (x^2 + x + 1) \exp(x)$$

2p

$$f(x) = (2x - 1) \exp(-x^2)$$

2q

$$f(x) = \frac{\exp(x)}{\exp(x) + \exp(2x) + \exp(3x)}$$

2r

$$f(x) = \frac{\exp(2x)}{\exp(x) + \exp(2x) + \exp(3x)}$$

2s

$$f(x) = \frac{\exp(3x)}{\exp(x) + \exp(2x) + \exp(3x)}$$

3a–s Určete definiční obor a obor hodnot funkce f z předchozí úlohy. Zde je varianta c bez hvězdičky.

4a Pro funkce f, g určete definiční obor. Dále určete body nespojitosti – v kterých bodech, jakého druhu a u typu skok i výšku skoku.

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \quad g(x) = \frac{\log(x^2)}{x+1}$$

4b

$$f(x) = \operatorname{arccotg}(1/x) \quad g(x) = \frac{x+2}{\log(x^2)}$$

4c

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x-1}{x^2}\right) \quad g(x) = x \log(x^2)$$

4d

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{3+x}{x^2}\right) \quad g(x) = \exp\left(\frac{x}{(1+x)^2}\right)$$

4e

$$f(x) = \operatorname{arctg}(1/x) \quad g(x) = \exp\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

4f

$$f(x) = \operatorname{arctg}(1/x^2) \quad g(x) = x \exp(1/x)$$

4g

$$f(x) = x^2 \sin(1/x) \quad g(x) = \exp\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right)$$

4h

$$f(x) = (\operatorname{arctg}(1/x))^2 \quad g(x) = \frac{\exp(1/x)}{\exp(1/x) + \exp(2/x) + \exp(3/x)}$$

4i

$$f(x) = (\operatorname{arccotg}(1/x))^2 \quad g(x) = \frac{\exp(2/x)}{\exp(1/x) + \exp(2/x) + \exp(3/x)}$$

4j

$$f(x) = \operatorname{arccotg}(1/x^2) \quad g(x) = \frac{\exp(3/x)}{\exp(1/x) + \exp(2/x) + \exp(3/x)}$$

5. V průběhu semestru přibudou další úlohy.