

# Otázky ke zkoušce z \*AN2

## Integrály

*Proloženým fontem jsou nepovinné části*

Pro studenty učitelství matematiky v ak. roce 2025/26

1. Primitivní funkce (PF): motivační úloha s objemem nádoby, definice PF, vlastnosti PF (spojitost, linearita), definice integrovatelné funkce.
2. Věty o existenci primitivní funkce (pro spojitou funkci s hlavními myšlenkami důkazu<sup>1</sup>), o jednoznačnosti (s důkazem).
3. *Příklad nespojitě integrovatelné funkce (s důkazem)*. Funkce, která má nespojitost typu skoku není integrovatelná (*hlavní myšlenka důkazu – derivace má Darbouxovu vlastnost*).
4. Zobecněná primitivní funkce (ZPF) a Newtonův integrál (NI): motivační úloha s objemem nádoby, definice ZPF, NI, Newtonovsky integrovatelné funkce.
5. Vlastnosti Newtonova integrálu (s důkazy):
  - (a) aditivita vzhledem k intervalu
  - (b) linearita vzhledem k funkci
  - (c) pozitivita
  - (d) monotonie
6. Věta o substituci pro Newtonův integrál pro monotónní substituci (s důkazem), *v obecnějším případě (s důkazem)*. Věta o metodě per partes pro Newtonův integrál (s důkazem).
7. Riemannův integrál: definice integrálních součtů, dolního a horního Riemannova integrálu, Riemannovsky integrovatelné funkce, Riemannova integrálu. Příklad funkce, která není Riemannovsky integrovatelná.

---

<sup>1</sup>Použijte větu o derivaci integrálu podle proměnné horní meze, kterou nedokazujte.

8. Stejněměrná spojitost funkce na intervalu: definice, příklad funkce spojitě na intervalu, která není na tomto intervalu stejněměrně spojitá. Věta o stejněměrné spojitosti funkce spojitě na uzavřeném omezeném intervalu (bez důkazu).
9. Věta o Riemannovské integrovatelnosti spojitě funkce (s hlavní myšlenkou důkazu).
10. Vlastnosti Riemannova integrálu
  - (a) aditivita vzhledem k intervalu (s hlavní myšlenkou důkazu)
  - (b) linearita vzhledem k funkci (aditivita bez důkazu, homogenita s hlavní myšlenkou důkazu)
  - (c) pozitivita (s hlavní myšlenkou důkazu)
  - (d) monotonie (s důkazem – využijete dvě s předchozích vlastností)
  - (e) odvození vzorce pro integrál konstantní funkce přímo z definice riemannova integrálu
11. Riemannův integrál s proměnnou horní mezí, věta o spojitosti (s důkazem) a věta o derivaci podle horní meze *s důkazem* (s hlavními myšlenkami důkazu).
12. Newton Leibnizova věta o Newtonově a Riemannově integrálu ze spojitě funkce.
13. Příklad funkce, která je Newtonovsky integrovatelná, ale není Riemannovsky integrovatelná (*s důkazem*). Příklad funkce, která je Riemannovsky integrovatelná, ale není Newtonovsky integrovatelná (*s hlavními myšlenkami důkazu*).