

Písemná část zkoušky z PAN2/KAN2

15. května 2026

1. Určete definiční obor a obor hodnot funkce f .

$$f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{x^3}}$$

1*

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^3}}{\log x}$$

2. Pro funkce f, g určete definiční obor. Dále určete body nespojitosti těchto funkcí – v kterých bodech, jakého druhu a u typu skok i výšku skoku.

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{2}{x+3}\right), \quad g(x) = \frac{\exp(1/x)}{\exp(1/x) + \exp(2/x)}$$

2*

$$f(x) = \operatorname{arcsin}\left(\frac{2}{x+3}\right), \quad g(x) = \frac{\exp(1/x) + \exp(2/x)}{\exp(1/x)}$$

3. Určete, které z následujících řad absolutně konvergují

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \sqrt{k}}{k}, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!}, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-2)^{1+3k}}{3^{1+2k}}$$

- 3* Určete, které z následujících řad **neabsolutně** konvergují

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \sqrt{k}}{k}, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!}, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1 - 2^{3k}}{1 + 3^{2k}}$$

4. Vypočtete Newtonův a Riemannův integrál¹

$$\int_{-1}^1 \sqrt{x^4 + x^2} dx$$

- 4* Navíc hodnotu integrálu odhadněte tím, že na každém intervalu, na kterém je funkce monotonní, nahradíte graf funkce úsečkou a vypočtete obsah lichoběžníku mezi touto úsečkou a osou x .

¹Tento příklad nemusí počítat studenti, kteří úspěšně napsali test z integrálů.

5. Načrtněte obrazec M , který leží v prvním kvadrantu a shora je omezen grafem funkce f . Odhadněte objem tělesa vzniklého rotací obrazce M kolem osy x .

Poté objem tělesa vypočtěte.

$$f(x) = \frac{2-x}{2+x}$$

- 5* Stejný obrazec nechte rotovat kolem osy y a vyřešte stejnou úlohu.