

Příklady metrických prostorů

úlohy z an3, 2025/26

1a Ukažte, že zobrazení $\|\cdot\| : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ splňuje axiomy normy

$$\|(x, y)\|_1 = |x| + |y|$$

1b

$$\|(x, y)\|_2 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

1c

$$\|(x, y)\|_\infty = \max\{|x|, |y|\}$$

2a Zjistěte, zda zobrazení ϱ splňuje na množině $\mathbb{R}$ axiomy metrického prostoru.

$$\varrho(x, y) = \sqrt{|x - y|}$$

2b

$$\varrho(x, y) = (x - y)^2$$

2c

$$\varrho(x, y) = \sqrt[3]{x - y}$$

2d

$$\varrho(x, y) = \begin{cases} 1 & x = y \\ 0 & x \neq y \end{cases}$$